

ELEMENTS D'HYDROLOGIE SOUTERRAINE

Document : Polycopié
Date de rédaction : Année universitaire 2004/05
Révision et reformatage : Janvier 2007
Version : v.6-1

Auteur : **R. ABABOU**
Prof., INPT / ENSEEIHT – IMFT, Toulouse, France.
ababou@imft.fr
<http://rachid.ababou.free.fr>

RESUME

Titre HYDROLOGIE SOUTERRAINE

Enseignant : R. Ababou

Organisation Semestre 1 Cours : 16h TD : TP : Projet :

Mots-clés :

- hydrologie, hydrologie souterraine, nappes souterraines, hydrogéologie,
- milieux poreux, loi de Darcy, aquifères, forages, pompages, drainage,
- nappes confinées, nappes phréatiques, infiltration, physique des sols,
- nappes d'accompagnement, nappes côtières, eaux saumâtres.

Séquence : Ce cours doit avoir lieu avant le cours d'Hydrologie des Transferts.

Auditoire : 3H Sciences de l'Eau Environnement + DEA-STE + Mastère Hydraulique

Lieu : ENSEEIHT

Pré-requis : Hydraul. Souterr. (2H), Hydrol. Générale (3H Sci. Eau)

Bibliographie

- R.A.Freeze, J.A.Cherry, 1979 : *Groundwater*. Prentice-Hall Inc, Englewood Cliffs NJ.
- A.Musy, M.Souter, 1991: *Physique du Sol*. Presses Polytech. & Univ. Romandes (EPFL), Lausanne.
- G.Schneebeli, 1966 & 1987 : *Hydraulique Souterraine*. Eyrolles, Coll. DER-EDF, Paris.

Objectif :

Ce cours d'hydrologie souterraine a pour objectif de présenter une approche quantitative des circulations d'eaux souterraines, leur interaction avec l'hydrologie de surface, et les problèmes d'exploitation des ressources en eau souterraines par l'homme (pompages, débits de fuite, intrusions d'eaux saumâtres, soutien d'étiage par les nappes, etc).

Programme :

On utilise les lois d'écoulements en milieux poreux, en particulier les équations des nappes souterraines en écoulements saturés (Darcy, Dupuit, Boussinesq), ainsi que la théorie de l'infiltration dans les sols non saturés (Darcy-Buckingham, Green-Ampt, Philip). Partant de la loi de Darcy, on développe les équations spécifiques à certains écoulements souterrains : conditions aux surfaces libres et aux interfaces hydrologiques; équations verticalement intégrées des écoulements quasi-plans (Dupuit-Boussinesq); drainance à travers les couches semi-perméables, etc. On se penche ensuite sur des *études de cas* :

- Influences de l'hydro-météo, topographie, et géologie, sur l'écoulement et la piézométrie des nappes : circulations locales/régionales; nappes superficielles/profondes; confinées/libres.
- Exploitation des ressources en eaux souterraines (pompage); identification des propriétés hydrauliques d'aquifères & interprétation de tests de pompage; rayon d'action d'un puits; groupes de puits.
- Problèmes d'intrusion d'eaux saumâtres en nappes côtières; migration de contaminants & traceurs souterrains (voir aussi le cours de transferts et pollution des sols).
- Infiltration, percolation, drainage, débits de fuite, recharge de nappes; interactions nappe-rivière, lois de tarissement de nappes, écoulements hypodermiques, et autres.

TABLE DES MATIERES

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE 1. INTRODUCTION & HYDROGEOLOGIE QUALITATIVE.....	1
1.1. Introduction générale : hydrologie et eaux souterraines	4
1.1.1. Hydrologie et Hydrogéologie	4
1.1.2. Couplages Surface/Souterrain et Rôle des Interfaces en Hydrologie	8
1.1.3. Processus Hydrologiques à Différentes Echelles	12
1.2. Bibliographie générale (hydrogéologie & hydraulique souterraine)	17
1.3. Types d'aquifères, types de nappes, configurations d'écoulements	18
1.3.1. Notion d'aquifère et premiers exemples	18
1.3.2. Schéma général d'un système d'aquifères multiples (coupe verticale) d'après J.Bear 1972 & 1988	22
1.3.3. Aquifères confinés / Aquifères non-confinés	23
1.3.4. Communications d'une nappe avec l'extérieur.....	24
1.3.5. Aquifères "semi-confinés" (phénomène de drainance).....	25

1.3.6. Nappes perchées (plus ou moins localisées et éphémères).....	26
1.3.7. Echanges surface-souterrain : infiltration et recharge d'une nappe	28
1.3.8. Echanges surface-souterrain : exfiltration, sources & lignes de sources	28
1.3.9. Echanges nappe-rivière : tarissement nappe → débit de base rivière	29
1.3.10. Notions de piézométrie - mesures et cotes piézométriques (introduction).....	31
1.4. Exemples de nappes souterraines :	32
1.4.1. Nappe des Sables Albiens du Bassin Parisien	32
Nappe des Sables Eocènes d'Aquitaine	37
1.4.2. Nappe alluviale d'accompagnement de la Garonne	40
1.5. Structure hétérogène du "souterrain"	43
1.5.1. Hétérogénéité des aquifères alluviaux de type sable-gravier.....	43
1.5.2. Hétérogénéité des roches cristallines (granitiques) à différentes échelles.....	43
1.5.3. Roches fracturées et réseaux de fractures	43
1.5.4. Roches fissurées et/ou karstiques (réseaux de fissures, galeries, cavités)	43
1.5.5. Illustration des effets de l'hétérogénéité par simulations d'écoulements (nappes en régime saturé) ou d'humectation de sols (non saturés).....	43

1.6. Exemples d'applications de l'hydrogéologie quantitative	51
<i>CHAPITRE 2. MILIEUX POREUX : STRUCTURES, PROPRIETES PHYSIQUES, ET PROPRIETES HYDRODYNAMIQUES (LOI DE DARCY & PERMEABILITE).....</i>	59
2.1. Milieux Poreux : Structures et Propriétés Physiques	62
2.1.1. Structures de différents types de milieux poreux	62
2.1.2. Empilements de grains.....	63
2.1.3. Porosité, indice de vide, densités apparentes.....	64
2.1.4. Surface spécifique	65
2.1.5. Texture et granulométrie (courbe granulométrique).....	67
2.1.6. Exercices de cours « pores & grains ».....	72
2.2. Hydrostatique des Milieux Poreux (Saturés ou Non).....	78
2.2.1. Equilibres hydrostatiques en zone saturée.....	78
2.2.2. Equilibres hydrostatiques en zone non saturée.....	79
2.2.3. Relation pression / teneur en eau, ou "courbe de rétention" d'un milieux poreux	84
2.2.4. Exemples d'équilibres eau/air régi par la capillarité :.....	88
2.2.5. Phénomènes de compressibilité.....	94

2.3. Hydrodynamique des Milieux Poreux (Perméabilité, Darcy)	95
2.3.1. Loi de Darcy et perméabilité	97
2.3.2. Perméamétrie	113
2.3.3. Equations locales d'écoulements en MP	114
2.3.4. Extensions de la loi de Darcy	131
CHAPITRE 3. HYDRAULIQUE DES NAPPES SOUTERRAINES :	132
3.1. Analyse de circulations souterraines (coupe verticale x-z ou 3D)	134
3.2. Circulations souterraines en écoulements plans (x,y) (Dupuit-Boussinesq).....	139
3.2.1. Intégration verticale des équations locales 3D	139
3.2.2. Résumé des équations d'écoulements plans 2D	140
3.3. Exemples d'application des écoulements plans (en régime transitoire ou non)	159
3.3.1. Ruissellements souterrains ou « hypodermiques »	159
3.3.2. Relations nappe-rivière transitoires (en période de décrue)	162
3.4. Etudes de problèmes de pompage et drainage de nappe (en régime permanent).....	163
CHAPITRE 4. TRACEURS, POLLUANTS, INTRUSIONS SALINES	164

4.1. Introduction	166
4.2. Champ de vitesse, lignes de courant, « <i>flow net</i> » (2D et 3D).....	167
4.3. Traceurs et polluants passifs (advection, diffusion/dispersion, dilution).....	168
4.4. Intrusion saline en nappe côtière – approche « interface abrupte »	169
4.4.1. Approche interface abrupte (Ghyben-Herzberg)	169
4.4.2. Coin salé sans recharge ni pompage en symétrie plane (exo de cours)	172
<i>CHAPITRE 5. ETUDES & APPLICATIONS (HYDRAULIQUE SOUTERRAINE APPLIQUEE).....</i>	184
5.1. Introduction	186
5.2. Décharge d'une nappe à surface libre dans une rivière.....	187
5.3. Vidange d'une colonne de milieux poreux.....	193
5.4. Pompage en nappe libre en régime quasi-permanent	194
5.5. Bilan hydrique et capacité d'emmagasinement d'une nappe libre.....	209
5.6. Circulations d'eaux souterraines en coupe verticale.....	212
5.7. Temps de réponses hydrauliques de nappes (libres, captives).....	219

5.8. Problème des 3 piézomètres (gradient, flux, traçage).....	228
5.9. Nappe libre avec drainance au plancher ("pb. inverse").....	236
5.10. Digue en terre triangulaire - débit de fuite par suintement (<i>seepage</i>).....	244
5.11. Debit de fuite dans un tunnel (<i>Groundwater inflow in a tunnel</i>)	258
5.12. Problèmes d'intrusions salines en nappes côtières.....	268
5.12.1. Coin salé sans recharge ni pompage en symétrie plane (voir + haut)	268
5.12.2. Intrusion saline avec recharge : îlot en symétrie plane (ou axiale)	269
5.12.3. Intrusion saline avec recharge et pompage (en construction)....	287
5.12.4. Intrusion saline en aquifère semi-confiné avec drainance (en construction)...	287
5.12.5. Equilibre eau douce – eau saumâtre dans un bassin aride (en construction).....	287
CHAPITRE 6. Annexes.....	288
6.1. Annexe A : Coefficients et propriétés hydrauliques des aquifères.	289
6.2. AnnexeB : lexique franco-anglais d'hydraulique souterraine	295
CHAPITRE 7. LISTE DES REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES (*)	298

LISTE DES FIGURES

LISTE DES TABLEAUX

CHAPITRE 1. INTRODUCTION & HYDROGEOLOGIE QUALITATIVE

**INTRODUCTION ET ASPECTS QUALITATIFS DE L'HYDROGEOLOGIE :
AQUIFERES, EAUX SOUTERRAINES, EXEMPLES ET APPLICATIONS.**

PLAN du CHAPITRE 1 « HYDROGEOLOGIE QUALITATIVE »

- 1.1. Introduction générale : hydrologie et eaux souterraines 3**
- 1.1.1. Hydrologie et Hydrogéologie 3
- 1.1.2. Couplages Surface/Souterrain et Rôle des Interfaces en Hydrologie 4
- 1.1.3. Processus Hydrologiques à Différentes Echelles 7
- 1.2. Bibliographie (en hydrogéologie et hydraulique souterraine) 11**
- 1.3. Types d'aquifères, types de nappes, configurations d'écoulements 12**
- 1.3.1. Notion d'aquifère et premiers exemples 12
- 1.3.2. Schéma général d'un système d'aquifères multiples (en coupe verticale) d'après J.Bear 1972 & 1988 14
- 1.3.3. Aquifères confinés / Aquifères non-confinés 15
- 1.3.4. Communications d'une nappe avec l'extérieur 15
- 1.3.5. Aquifères "semi-confinés" (phénomène de drainance) 16
- 1.3.6. Nappes perchées (plus ou moins localisées et éphémères) 17
- 1.3.7. Echanges surface-souterrain : infiltration et recharge d'une nappe 18
- 1.3.8. Echanges surface-souterrain : exfiltration, sources & lignes de sources 18
- 1.3.9. Echanges nappe-rivière : tarissement nappe □ débit de base rivière 19

- 1.4. Notions de piézométrie : mesures et cotes piézométriques 21**
- 1.5. Exemples de nappes souterraines : 22**
 - 1.5.1. Nappe des Sables Albiens du Bassin Parisien 22**
 - 1.5.2. Nappe des Sables Eocènes d'Aquitaine 26**
 - 1.5.3. Nappe alluviale d'accompagnement de la Garonne 28**
- 1.6. Structure hétérogène du "souterrain" 31**
 - 1.6.1. Hétérogénéité des aquifères alluviaux de type sable-gravier 31**
 - 1.6.2. Hétérogénéité des roches cristallines (granitiques) à différentes échelles 31**
 - 1.6.3. Roches fracturées et réseaux de fractures 31**
 - 1.6.4. Roches fissurées et/ou karstiques (réseaux de fissures, galeries, cavités) 31**
 - 1.6.5. Illustration des effets de l'hétérogénéité par des simulations d'écoulements de nappes (régime saturé) ou d'humectation de sols (non saturés). 31**
- 1.7. Exemples d'applications de l'hydrogéologie quantitative 36**

1.1. Introduction générale : hydrologie et eaux souterraines¹

1.1.1. Hydrologie et Hydrogéologie

L'hydrologie classique est souvent identifiée (en France) avec l'hydrologie de surface. Si l'hydrologie de surface concerne l'étude de la circulation des eaux à la *surface* des continents, son objet est donc en fait étroitement lié à ce qui se passe dans les zones moyennes de part et d'autre de cette *surface*. On peut alors adopter le point de vue suivant, peut-être plus ouvert et plus réaliste, concernant l'objet de l'**Hydrologie** au sens général du terme :

*Les échelles de longueur verticales utiles en Hydrologie sont entre quelques mètres et quelques dizaines de mètres **au-dessus** de la surface, et entre quelques mètres et quelques centaines de mètres **au-dessous** de la surface.*

¹ Cette note introductive a d'abord été rédigée sous le titre : "Hydrologie, hydrogéologie, et couplages surface/souterrain" (Document interne pour le PNRH, R.ABABOU, 1996)

Vers le haut, on a le couvert végétal et la couche limite atmosphérique (le couvert végétal évapotranspire, il influe sur les déplacements d'air par sa rugosité, et l'air contient de la vapeur d'eau).

Vers le bas, on a d'abord des **sols** contenant matières végétales et animales (vivantes), ou des roches plus ou moins altérées qui peuvent affleurer. Puis, dans le **sous-sol**, on rencontrera par exemple d'abord une formation **aquifère** peu profonde (éventuellement confinée), puis plus bas, des **aquifères multiples** plus profonds et souvent confinés mais encore accessibles à l'homme, et en alternance, des **formations rocheuses** (granitiques, argileuses, ...) beaucoup moins perméables. Les structures aquifères peuvent plonger jusqu'à plusieurs centaines de mètres sous la surface. C'est le cas de certaines **couches aquifères** minces, **confinées** et profondes, mais néanmoins connectées aux processus hydrologiques superficiels (**affleurements**). On peut penser aussi aux structures conductrices constituées par des conduits et des puits naturels en **massifs karstiques**.

Au total, les phénomènes qui participent de la circulation des eaux incluent :

- l'évaporation des sols nus et des plans d'eau,
- l'évapotranspiration des plantes et des surfaces « végétalisées »,
- le ruissellement gravitaire de l'eau sur les pentes des versants et dans les « cours d'eau »,
- diverses formes d'infiltration et d'exfiltration aux interfaces (y compris nappe-rivière),
- les écoulements souterrains en régime non saturé ou à saturation variable,
- les écoulements souterrains saturés, en nappes libres (peu profondes en général),
- les écoulements souterrains saturés, en nappes captives (aquifères confinés \pm profonds).

En hydrologie de surface, les problèmes de répartition entre infiltration et ruissellement sont abordés le plus souvent en simplifiant à l'extrême les transferts à travers la zone non-saturée (ou à saturation variable) située au-dessous de la surface.

En **hydrogéologie**, les écoulements souterrains sont étudiés en simplifiant parfois à l'extrême les transferts à travers la zone non saturée située entre les nappes et la surface du sol. Le plus souvent, seuls les transferts en régime saturé (nappes) sont pris en compte.

*Les **eaux souterraines** comprennent en fait non seulement les **nappes libres et captives** mais aussi l'eau des sols **non saturés** ou plus généralement toutes les **zones à saturation variable**.*

Ces **zones à saturation variable** jouent un rôle important de stockage et de transfert d'eau depuis la surface jusqu'à la nappe proprement dite, en particulier dans les "**zones humides**". De même, les processus hydrodynamiques d'infiltration-ruissellement à prendre en compte sur un bassin versant lors d'une averse font intervenir des écoulements "insaturés" ou, du moins, à saturation variable. La plupart des transferts d'eau sub-surfaciques pertinents pour l'agriculture sont de type insaturés (partiellement ou totalement). En Hollande, le sous-sol est insaturé mais proche de la saturation sur quelques mètres de profondeur (les nappes sont peu profondes ou même affleurantes et les sols "lourds" favorisent la montée capillaire). Dans les zones arides et semi-arides, le sous-sol est "sec" sur des dizaines de mètres ou plus, la nappe libre régionale (si elle existe) pouvant être à des dizaines ou centaines de mètres de profondeur.

1.1.2. Couplages Surface/Souterrain et Rôle des Interfaces en Hydrologie

En hydrologie, quelle que soit l'échelle d'étude, on peut adopter le point de vue que la surface topographique joue le rôle d'une interface. Aux très grandes échelles par exemple, cette interface coïnciderait gross-modo avec l'habitat (végétal-animal-humain).

On a donc affaire à une interface sol-atmosphère, traversée par des flux d'eau liquide et vapeur, et qui est elle-même le siège d'écoulements. Les études hydrologiques devraient tenir compte des mécanismes de circulation des eaux à travers et autour de cette interface, car cette interface sol-atmosphère est très « active ».

En particulier, on sait que l'état de la surface du sol ou du bassin versant a une influence en propre sur l'écoulement superficiel et sur le stockage superficiel des eaux, par la topographie, la rugosité, la perméabilité de la surface. L'aspect « topographie » tient compte, en principe, des singularités du relief que sont les cours d'eau, les dépressions, les lignes de partage des eaux, même si les écoulements en « cours d'eau » sont classiquement étudiés séparément (hydraulique fluviale).

L'interface sol-atmosphère est également le lieu privilégié du couplage de différents processus, qui résultent en des transferts à travers cette surface. Par exemple, le schéma suivant indique (schématiquement!) que les écoulements superficiels sont couplés aux écoulements hypodermiques et souterrains par le biais de l'humidité de surface :

- **EVAPORATION** \Rightarrow **HUMIDITE DE SURFACE** \Rightarrow **CAPACITE D'INFILTRATION**
- **CAPACITE D'INFILTRATION** + **PLUIE** \Rightarrow **INFILTRATION** + **RUISSELLEMENT**

Schématisons ci-dessous un autre cas de couplage superficiel/souterrain :

- **NIVEAU NAPPE** \Rightarrow **MONTEE CAPILLAIRE** \Rightarrow **HUMIDITE SURFACE** \Rightarrow **RUISSELLEMENT**

Dans ces **schémas**, les flèches ($A \Rightarrow B$) indiquent une relation de cause à effet entre A et B, ou du moins, un certain type de contrôle ou d'influence de A sur B. Pour simplifier, les effets de détention d'eau en surface sont volontairement "oubliés": en fait le ruissellement peut s'accompagner d'une augmentation du stock d'eau détenu en surface (flaques, étangs, etc).

On en vient donc finalement à la notion d'*interface active*, semi-transparente, laissant passer des flux ou en transmettant une partie après transformations (*couplages...*). Cette notion reste à affiner, selon les objectifs de l'étude hydrologique (*un flux à quantifier par exemple...*).

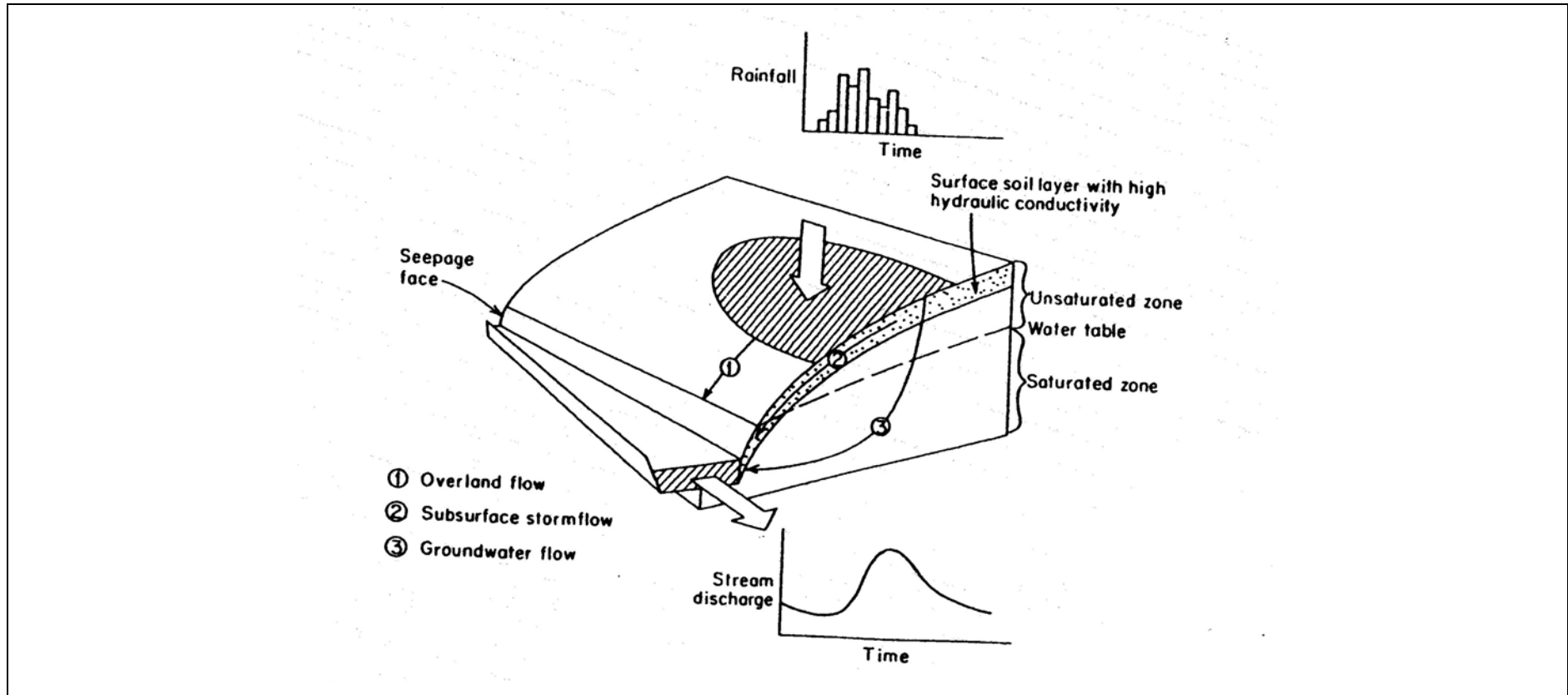
Voir page suivante le **Tableau 1** "*Eaux de Surface et Eaux Souterraines*".

Tableau 1 : Eaux de surface et eaux souterraines

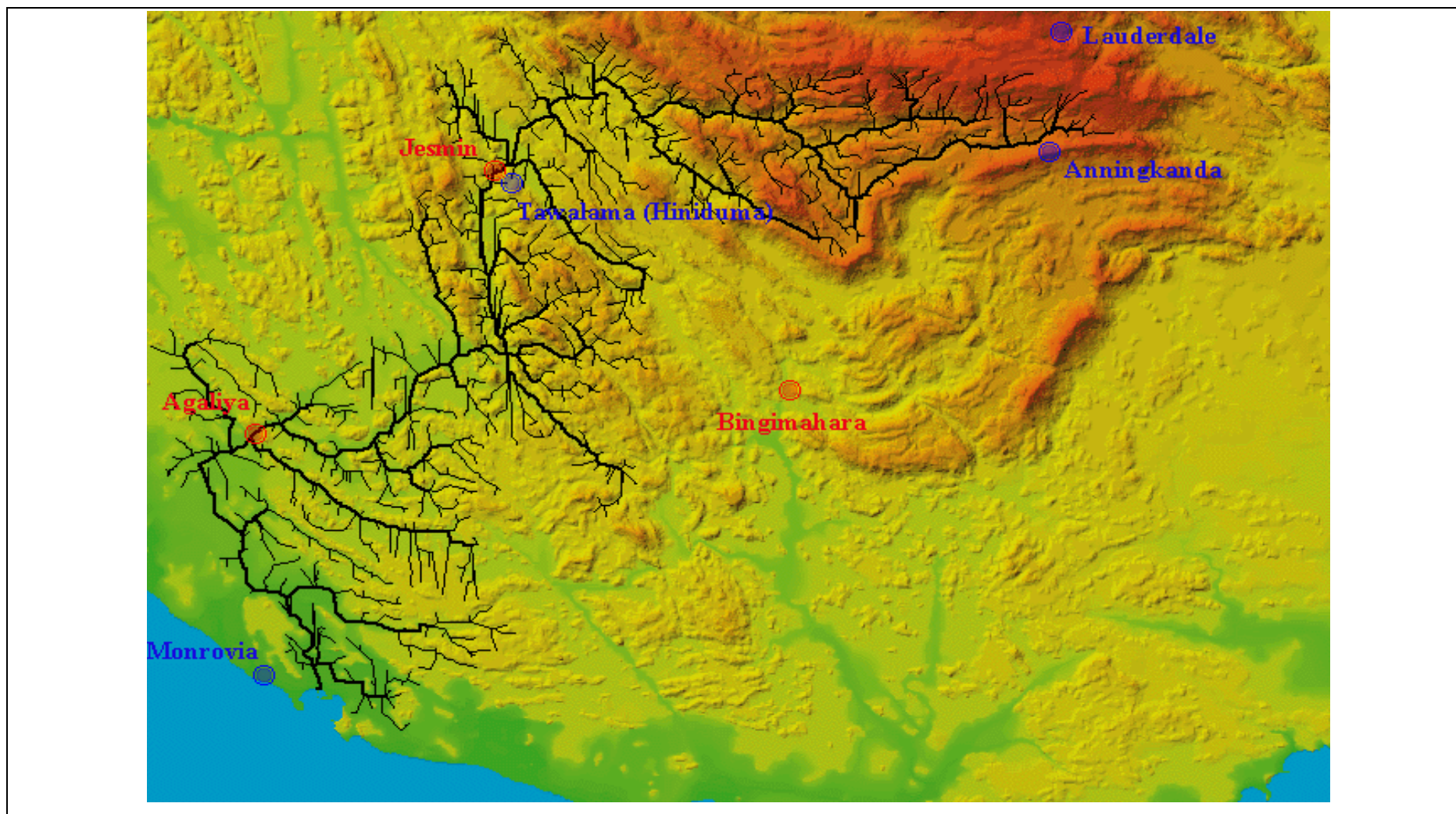
EAUX	PROCESSUS OU ETATS HYDRIQUES	TYPES DE PROBLEMES HYDROLOGIQUES
SUPERFICIELLES	<ul style="list-style-type: none"> • Précipitations • Ruissellements en nappes, ou en rigoles, canaux, réseaux • Torrents, rivières, fleuves • Réseaux hydrographiques • Etangs, lacs • ... 	<ul style="list-style-type: none"> • Relation pluie-débit et modèles de propogation de crues • Ouvrages hydrauliques : analyses des lignes d'eau, débits évacués, réserves, débordements, instabilités (passes à poissons)... • Colmatage d'ouvrages (canaux, barrages, frayères) • Eaux pluviales urbaines (dimensionnement) • Hydro-écologie du fleuve à l'étiage • Eaux pluviales urbaines (métaux lourds) • Réseau d'irrigation (dimensionnement) • Stratification et mélanges (lacs, fleuves)
INTERFACIALES SURFACE- SOUTERRAIN	<ul style="list-style-type: none"> • Propagation de crue sur un bassin versant • Etat de surface des sols • Lits+berges des cours d'eau • Résurgences, sources, pertes 	<ul style="list-style-type: none"> • Prévention, alerte, gestion des risques d'inondation (pluies, crues) • Biodermes (interaction avec l'écoulement) • Hydraulique et morphologie fluviale (bancs, bras morts) • Ralentissement dynamique de crues (aménagement)
SOUTERRAINES	<ul style="list-style-type: none"> • Ecoulements hypodermiques ou ruissellements retardés • Nappes perchées • Nappes alluviales, ou nappes d'accompagnement fluviales • Nappes libres \pmsuperficielles • Nappes confinées \pmprofondes • Eau liée aux sols (humidité) 	<ul style="list-style-type: none"> • Interactions entre ruissellement superficiel, infiltration subsurfacique, et évapo-transpiration (transfert vapeur) • Relation pluie-débit de sources karstiques, sources de socles, etc • Genèse, structure physique, et fonctionnement hydrogéologique de bassins souterrains (sédimentaires, karstiques, etc) • Bilan hydrologique "Sol-Nappe" (parcelle, bassin, région) • Migration de traceurs et de polluants solubles / sols+nappes (sels) • Migration de polluants immiscibles / sols+nappes (hydrocarbonés)

1.1.3. Processus Hydrologiques à Différentes Echelles

1.1.3.1 Processus Hydrologiques à l'Echelle du Petit Bassin Versant et du Petit Tronçon de Cours d'Eau avec sa Nappe d'Accompagnement



1.1.3.2 Processus Hydrologiques à l'Echelle d'un Grand Bassin



A titre provisoire : Visualisation d'un "grand" bassin hydrographique...

1.1.3.3 Exploitation des eaux souterraines en France et dans le monde

On trouvera ci-dessous un descriptif des sources d'information sur l'exploitation des eaux souterraines, particulièrement en ce qui concerne la France. Pour plus de détails, voir plus loin la section "nappes régionales", et en particulier le cas de la Nappe des Sables Albiens du Bassin Parisien (historique d'exploitation de la nappe).

Exploitation des nappes en France

Environ 70% de l'eau potable consommée en France est d'origine souterraine (extraite du souterrain).

■ **Sources d'information et de données**

- Le Bureau de *Recherches* Géologiques et Minières (BRGM)
- Les Directions Départementales d'Actions Sanitaire et Sociale (DDASS)
- Les six Agences de l'Eau, et en particulier : l'Agence de l'Eau Adour-Garonne
contact@eau-adour-garonne.fr Tel:05.61.36.37.38
- La banque de données "sous-sol" (BDSS) du BRGM...
- La banque de données ADES du Réseau national des Données sur l'Eau "RNDE":
<http://ades.rnde.tm.fr> ou <http://rnde.tm.fr> ou <http://www.rnde.tm.fr>
La Base de Données sur le Référentiel Hydrogéologique Français (BD RHF V1) est

disponible à ce site depuis décembre 2001 - janvier 2002. Dans cette Version 1 les aquifères captifs (confinés) ne sont pas représentés. **Fichiers téléchargeables:**

- Cartographie nationale des entités hydrogéologiques en 2D au 1/50 000 (formats vectoriels des GIS "MAPINFO" et "ARCINFO/ARCVIEW")
- Fiches descriptives synthétiques "SANDRE", par entité hydrogéologique (d'après les travaux de J.MARGAT)
- **Articles de revues spécialisées et articles de presse**
 - Adour Garonne - Revue de l'Agence de l'Eau : No. Spéc. *Eau Souterraine*, Hors Série, Hiver 2002, 84 pp.
 - Adour Garonne - Revue de l'Agence de l'Eau : No.76, Eté 1999 : "Les derniers avis du conseil scientifique du comité de bassin Adour-Garonne", pp.38-39.
 - Le Figaro, Sam.-Dim. 5-6 Janvier 2002, Sciences et Médecine, p.9 : "Hydrogéologie : Les eaux souterraines mal exploitées" par Marie Lescroart.
 - La Houille Blanche - Revue Internationale de l'Eau: No.4, 1996: Dossier "Les nappes Profondes" 2^{ème} Partie: "Stratégie d'exploitation des nappes de l'Albien et du Néocomien en région parisienne" par B.Grenet et al. (pp.20-26).
 - Science & Vie, No.953, Février 1997 : Dossier "Menaces sur l'eau" : "La France gâche son eau" par Loïc Chauveau (pp.96-99); "Les pouvoirs publics baissent les bras" par Loïc Chauveau (pp.100-101).

Exploitation de nappes en zones arides

■ **Exploitation de 2 grandes nappes fossiles du Sahara septentrional (Libye).**

Le projet libyen de la "**Grande Rivière Artificielle**" consiste à :

- i. Exploiter par forages profonds (à plus de **500 m de profondeur**) 2 grandes nappes fossiles du Sahara septentrional dans le sud du pays (où la précipitation annuelle moyenne est inférieure à 25 mm/an);
- ii. Acheminer les eaux par des **pipe-lines** de très grands diamètres depuis les sites de forages vers les villes de la côte libyenne pour leur consommation en eau potable (Tripoli, Benghazi, Tobrouk), ces villes étant situées à environ 1000 km au nord des forages.

Les deux systèmes aquifères à exploiter sont :

- i. Le système aquifère nubien (Libye-Egypte-Soudan-Tchad) pompé à partir du bassin de Koufra au sud-est de la Libye (forages actuels de Tarzebo);
- ii. La nappe fossile Libye-Tunisie-Algérie, située aux confins Ouest de la Libye, et qui sera exploitée par les forages de Ghadamès.

Le projet en chiffres (d'après "Sciences et Avenir", Décembre 2001, pp.78-79) :

- Date de lancement du projet : 1983 ; ouverture des premiers "robinets": Benghazi et Syrte, 1992.
- Longueur totale de canalisations primaires enterrées (projet): 4000 km.
- Volumes excavés : 155 millions de m³ de terre et roches.
- Diamètres des pipe-lines primaires : 4 mètres.
- Volume des réservoirs de stockage d'eau près de la côte: 4-24 Millions m³.
- Nombre de forages d'exploitation en 2001 : **1300 puits profonds (z≈500m)**
- Superficie couverte par les forages d'exploitation en 2001 : 13000 km².

1.2. Bibliographie générale (hydrogéologie & hydraulique souterraine)¹

- R.A.Freeze, J.A.Cherry (1979):
Groundwater. Ouvrage d'hydrogéologie généraliste très complet sur presque tous les aspects du cycle des eaux souterraines et des écoulements de nappes souterraines. Les problèmes classiques de puits de pompage et rabattement de nappe y sont traités en détail (régimes permanents et transitoires). Cet ouvrage traite aussi de problèmes géochimiques, de traçage, de géotechnique, et de couplages surface-souterrain (entre autres).
- G.Schneebeili (1978, ré-éd.1987):
Hydraulique souterraine. Comme son nom l'indique, il s'agit ici de problèmes d'hydraulique souterraine (pas nécessairement "hydrologiques"), par exemple : des problèmes de fuites d'eau et d'épuisement de fouilles en génie civil, mais aussi les écoulements de gaz dans une décharge d'ordures, etc. Les problèmes classiques de puits de pompage et rabattement de nappe y sont traités en détail (régimes permanents et transitoires).
- A.Musy, M.Soutter (1991):
Physique du sol. Ouvrage de physique des sols - y compris physico-chimie, mécanique, et thermique des sols. Pour la partie hydrodynamique, il traite surtout des transferts souterrains en zone non saturée ("insaturée"), notamment les phénomènes d'infiltration et redistribution (suite à une averse), et de l'évapotranspiration (système eau-sol-plante).
- J.Bear (1972, ré-éd.1988):
Dynamics of Fluids in Porous Media. Ouvrage de base assez complet sur les modèles mathématiques (hors aspects numériques) et les équations régissant les écoulements et transferts en milieux poreux. Malgré son allure "théorique", l'ouvrage comporte de nombreuses illustrations de problèmes environnementaux, par exemple intrusion saline, zone non saturée, dispersion de traceurs, circulations en milieu géologique anisotrope, etc. Cet ouvrage datant de 1972 est souvent utilisé comme référence de base en recherche. Equations (très) nombreuses. Il a été ré-édité chez Dover (New York) en 1988.
- G.DeMarsily (1986):
Hydrogéologie quantitative. Cet ouvrage est une présentation moderne de l'hydrogéologie, tournée vers la modélisation mathématique, tant du point de vue des écoulements et des transferts (traceurs, polluants) que de la cartographie des aquifères (estimation géostatistiques des aquifères, "problèmes inverses"). Cet ouvrage a aussi été publié en traduction anglaise. Il est basé sur les recherches de l'auteur et son équipe dans les années 1970-80 au *Centre de Recherches de l'Ecole des Mines à Fontainebleau* (modélisation, interprétation de tests de traçage, milieux hétérogènes, géostatistique, etc).
- G.Castany, 1965 (ré-éd.):
Principes et méthodes de l'hydrogéologie. Cet ouvrage très "basique" est une version résumée d'autres ouvrages spécialisés du même auteur. Il peut être considéré comme une "introduction" à l'hydrogéologie et aux nappes souterraines. Cet ouvrage assez court, descriptif et empirique, a le mérite de présenter les résultats d'études réelles (auxquelles l'auteur a souvent participé) portant sur diverses nappes en France et Afrique du Nord, avec nombreux schémas et cartes piézométriques.

¹ Voir les références complètes dans la liste de références en fin de volume. Seules quelques unes d'entre elles sont examinées ici.

1.3. Types d'aquifères, types de nappes, configurations d'écoulements

1.3.1. Notion d'aquifère et premiers exemples

Un **aquifère** est un réservoir d'eau souterrain, suffisamment **poreux** et suffisamment **perméable** pour être considéré comme une réserve exploitable par l'homme. L'aquifère contient une nappe d'eau (douce) : l'aquifère est donc le contenant, la nappe étant le contenu.

Un aquifère est aussi une formation **hydro-géologique**, caractérisée par une certaine unité litho-stratigraphique (*litho-*: pierre, roche) et par une certaine unité de fonctionnement vis-à-vis du stockage et de la circulation des eaux souterraines.

Exemples : Unités unité litho-stratigraphiques plus ou moins "homogènes" :

- sables albiens du bassin parisien (et l'aquifère du même nom);
- alluvions de la Crau dans le Bas-Rhône;

Description qualitative du fonctionnement hydraulique

(pour les 2 unités hydrogéologiques ci-dessus) :

- **aquifère des sables albiens du bassin parisien**¹ : aquifère confiné profond, ayant pour "toit" (superstratum) une formation hydrogéologique imperméable constituée des argiles de Gault et des marnes de Brienne (cet aquifère est partiellement affleurant en bordure du bassin parisien - en Champagne notamment);
- **aquifère des alluvions de la Crau**² : aquifère à nappe libre, constitué des alluvions de sables et graviers formés lors des anciennes divagations de la Durance, entre la rive gauche du Rhône et l'Etang de Berre (noter que la nappe libre de la Crau se continue au Sud-Ouest par une nappe captive !).

Aquifères complexes : aquifères multiples ou multi-couches.

Les systèmes aquifères multicouches, plus ou moins profonds, peuvent échanger des "flux de drainance" à travers les couches "semi-perméables".

Exemple. Le système hydrogéologique du bassin parisien - dont l'aquifère des sables albiens ne constitue que l'une des couches.

¹ L'aquifère des sables albiens du bassin parisien est détaillé plus loin.

² Quelques chiffres sur l'aquifère à nappe libre de la Crau : épaisseur entre 20m et 50m; transmissivité hydraulique $T \approx 0.1 \text{ m}^2/\text{s}$, coefficient d'emmagasinement $C_E \approx 6\%$ (porosité efficace).

On distingue généralement trois **types de couches** dans les systèmes aquifères multicouches :

- 1. les couches "**perméables**" considérées comme aquifères (sables et graviers), de perméabilité $K = 10^{-1}$ à 10^{-4} m/s ;
- 2. les couches "**semi-perméables**" (sables très fins et argileux, limons fins et silts, ...), de perméabilité $K = 10^{-5}$ à 10^{-8} m/s ;
- 3. les couches "**imperméables**" (argiles, argillites, granites peu fracturés, ...), de perméabilité $K \leq 10^{-9}$ m/s.

Cas de complexes hydrogéologiques, incluant les multicouches et d'autres configurations plus compliquées telles que les systèmes de plusieurs nappes communiquant entre elles par :

- des couches semi-perméables,
- des failles tectoniques,

et communiquant avec l'extérieur par :

- des affleurements multiples,
- des communications avec les eaux de surface (lacs, rivières, océans).

Exemple de nappe complexe : la **nappe de la Crau**, qui est libre en amont, puis captive en aval.

Exemple d'un système aquifère complexe de grande taille : la **nappe de Culebra (Texas)**, qui recouvre une bonne fraction de l'état du Texas, et qui comprend notamment des communications verticales par des jeux de failles tectoniques (...).

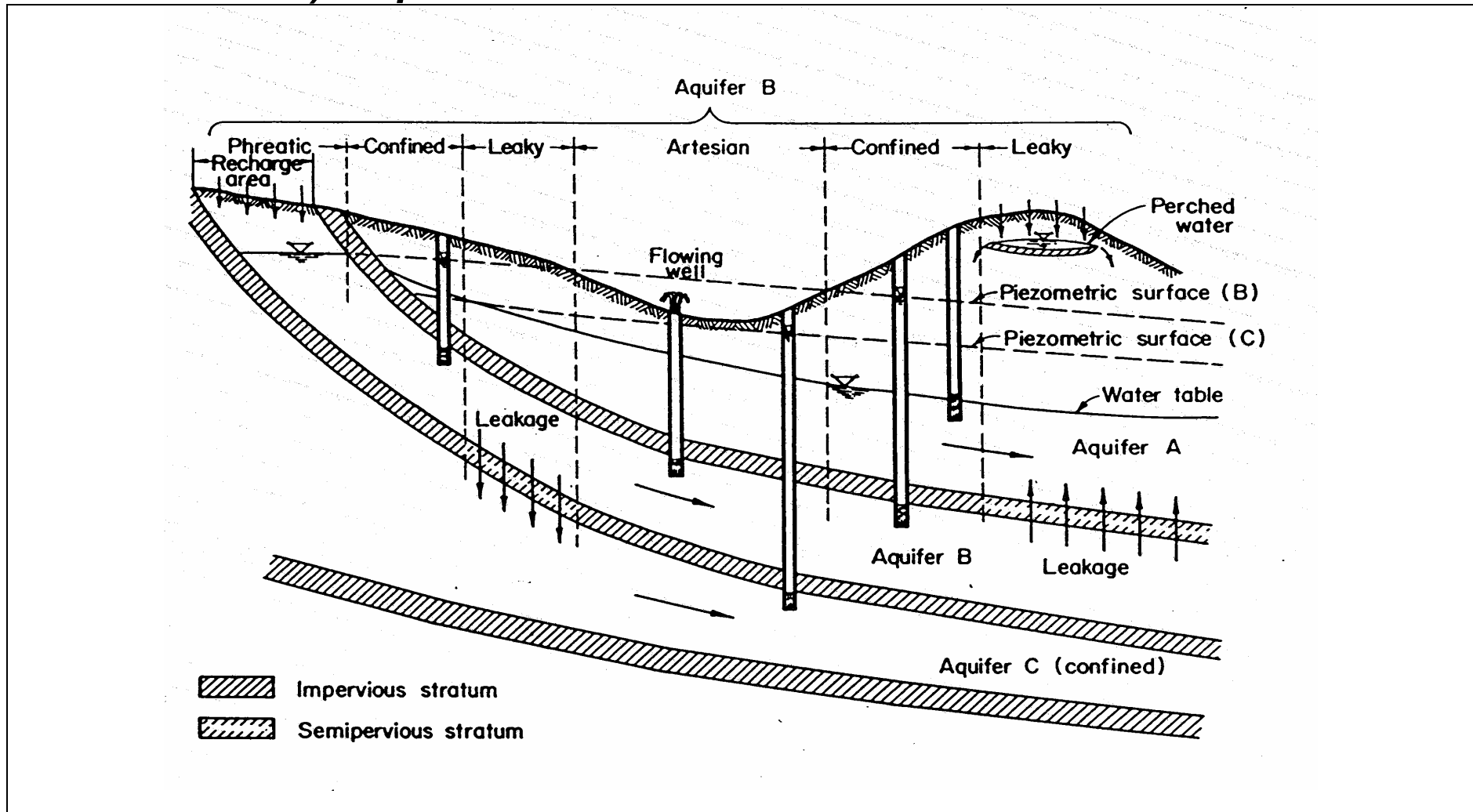
Note. En fait, la plupart des systèmes hydrogéologiques - lorsqu'ils sont étudiés en détail, se révèlent "complexes", c'est-à-dire constitués de différents aquifères et différentes nappes interconnectées horizontalement et verticalement entre elles, certaines étant aussi connectées au système des eaux de surface et météoriques : réseaux hydrographiques, lacs, impluviums \pm perméables, etc.

Autres exemples de **grands systèmes aquifères** :

- la **nappe du Dogger du bassin parisien**, très étendue (...);
- la **nappe alluviale d'accompagnement du Rhin** en Alsace (l'une des plus importante d'Europe en volume stocké...);
- le **système des grandes nappes interconnectées de l'Eocène du bassin aquitain** (...)¹.

¹ La "nappe" de l'Eocène du bassin aquitain est détaillée plus loin.

1.3.2. Schéma général d'un système d'aquifères multiples (coupe verticale) d'après J.Bear 1972 & 1988



1.3.3. Aquifères confinés / Aquifères non-confinés

Un aquifère, confiné ou non, est limité par ses "épontes" :

- en haut, le "**toit**" ou *superstratum* (pour un aquifère confiné),
- en bas, le "**plancher**" ou *substratum* (pour un aquifère confiné ou non).

Un **aquifère "confiné"** contient une nappe confinée par le bas et par le haut, reposant sur un plancher peu perméable et limitée par un toit peu perméable.

Un **aquifère "non confiné"** contient une nappe à surface libre, reposant sur un plancher peu perméable, mais non confinée par le haut.

Les nappes confinées sont souvent dites "*captives*" (de façon un peu abusive), et les nappes libres sont dites "*phréatiques*" (du grec : *puits*). Enfin, la "*puissance*" (terme un peu obsolète) peut désigner l'épaisseur de l'aquifère ou de sa nappe (l'épaisseur saturée).

1.3.4. Communications d'une nappe avec l'extérieur

Il existe des nappes "fossiles" (isolées, anciennes, et totalement "captives" au sens strict du terme). Cependant, le plus souvent, une nappe souterraine communique hydrauliquement avec l'extérieur de multiples façons :

- connection avec d'autres nappes (apports/pertes): drainance; failles; etc;
- eaux de surface (apports/pertes): cours d'eau, étangs, zones inondées, lacs, océans;
- eaux de surface (apports): recharge de nappe par infiltration directe (impluvium).
- eaux de surface (pertes) : sources de débordement, émergences par exfiltration, sources karstiques intermittentes, jaillissements artésiens, etc.

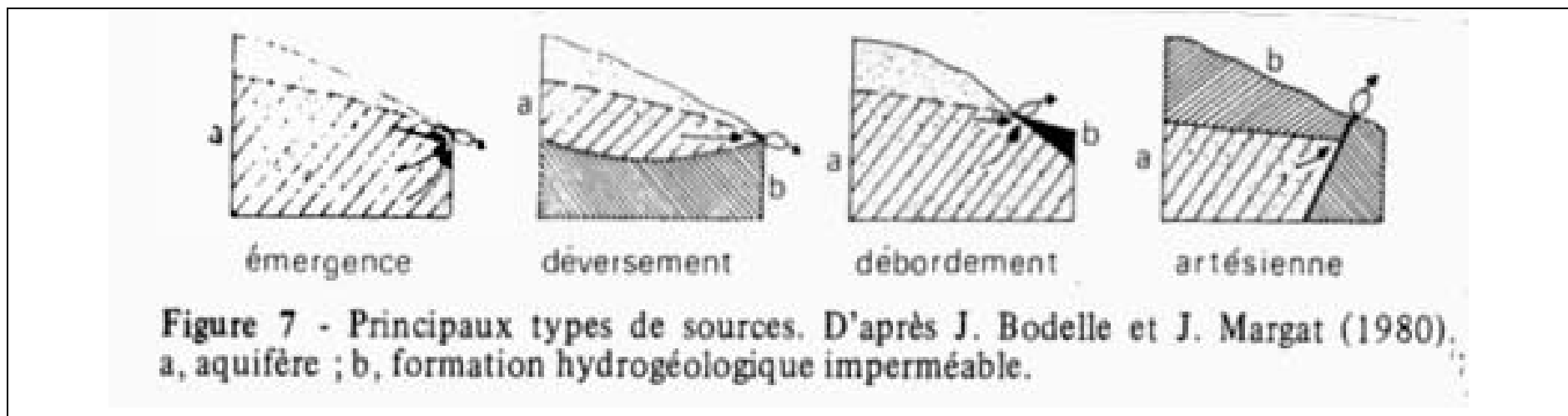


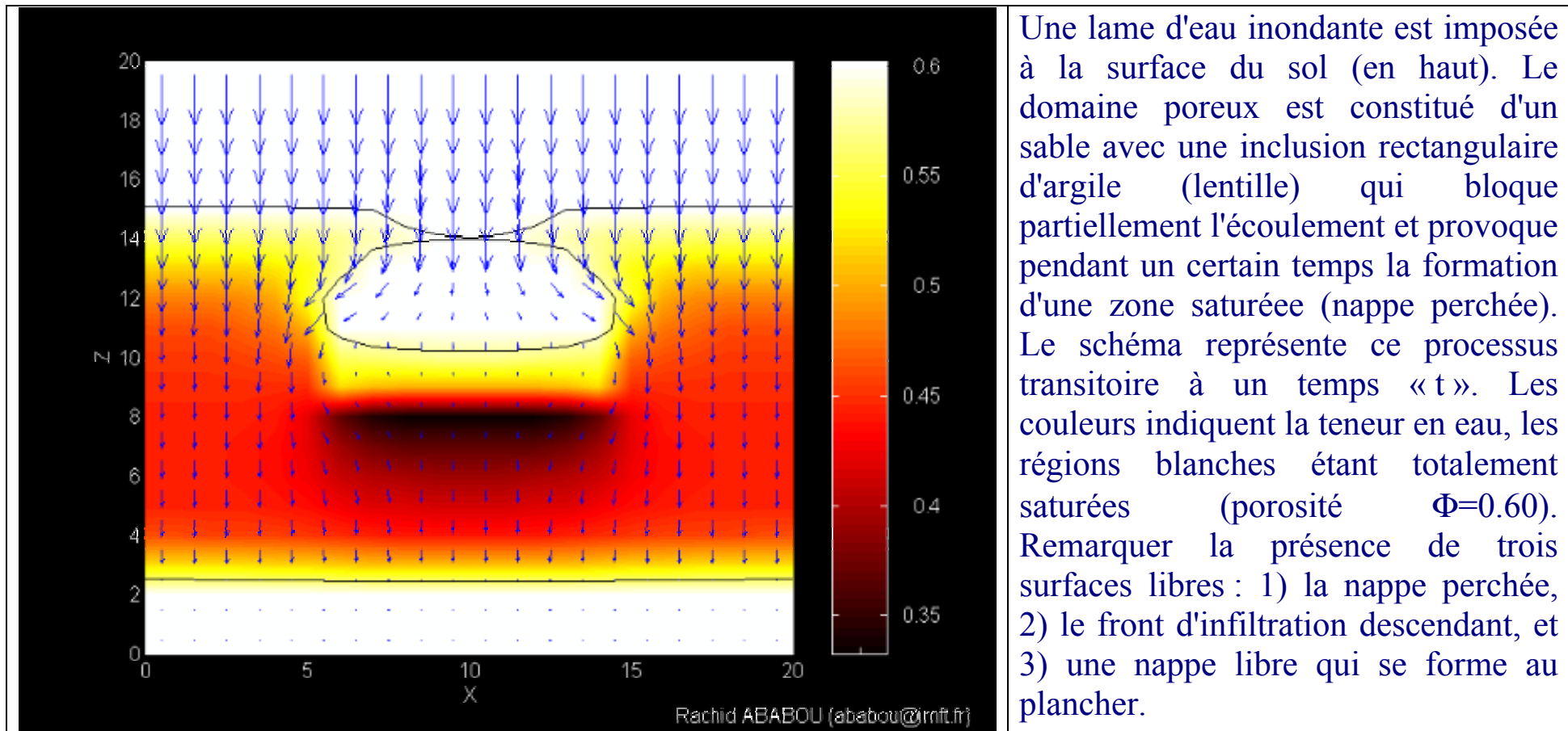
Figure -1 : Principaux types de sources. D'après J. Bodelle et J. Margat (1980). A, aquifère ; b, formation hydrogéologique imperméable

1.3.5. Aquifères "semi-confinés" (phénomène de drainance)

Voir TD2 : ECOULEMENT D'UNE NAPPE LIBRE AVEC DRAINANCE AU PLANCHER...

1.3.6. Nappes perchées (plus ou moins localisées et éphémères)

Figure : Cette coupe verticale est une simulation d'écoulements illustrant les mécanismes possibles de formation d'une nappe perchée (voir aussi « animation »).



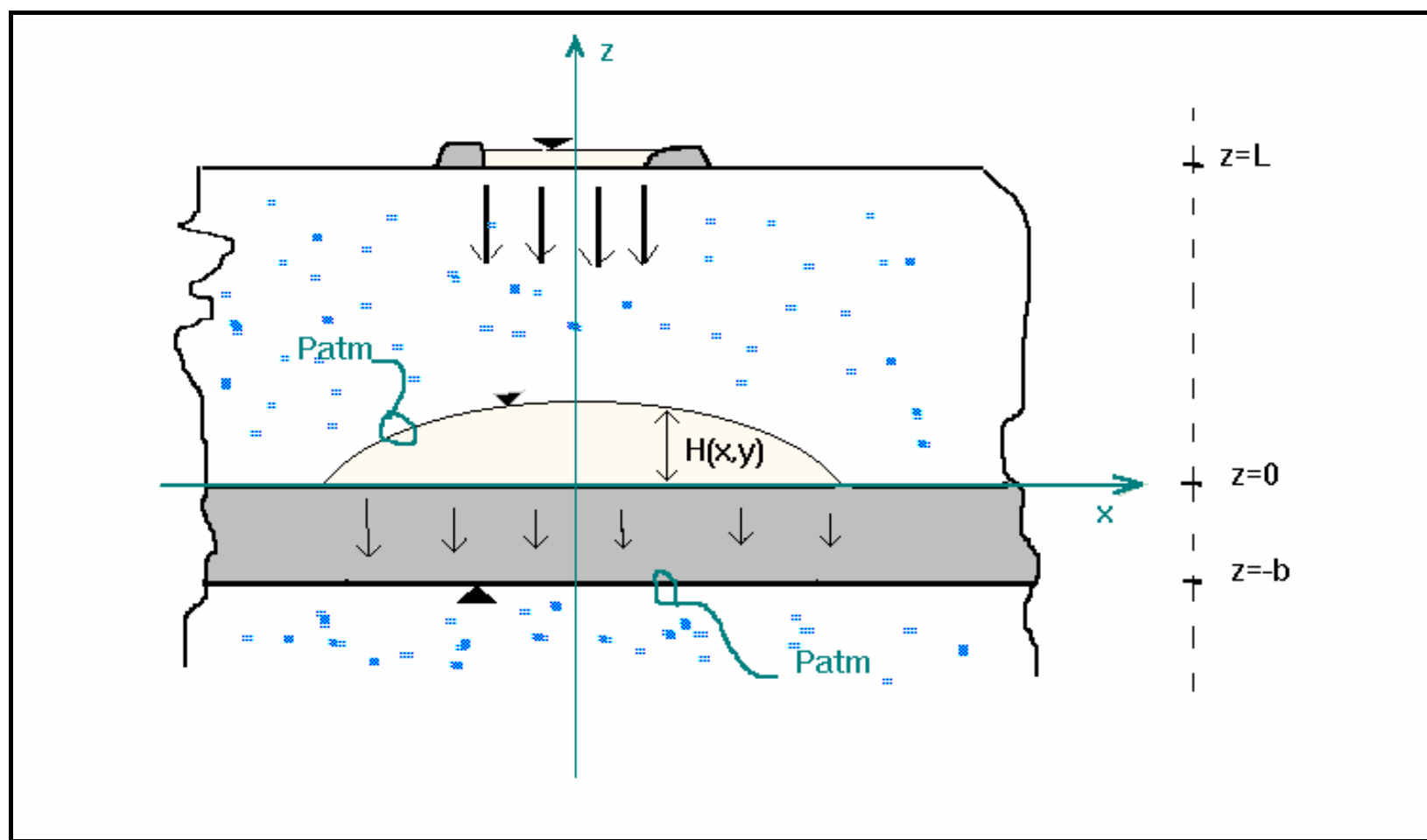


Figure : Schéma d'une infiltration polluante due aux fuites d'un bassin de rétention d'eaux usées. L'essentiel des transferts d'eau et de polluants s'effectue en zone non saturée dans la couche supérieure. Noter cependant la présence d'une nappe perchée, reposant sur une couche semi-confinante saturée (...).

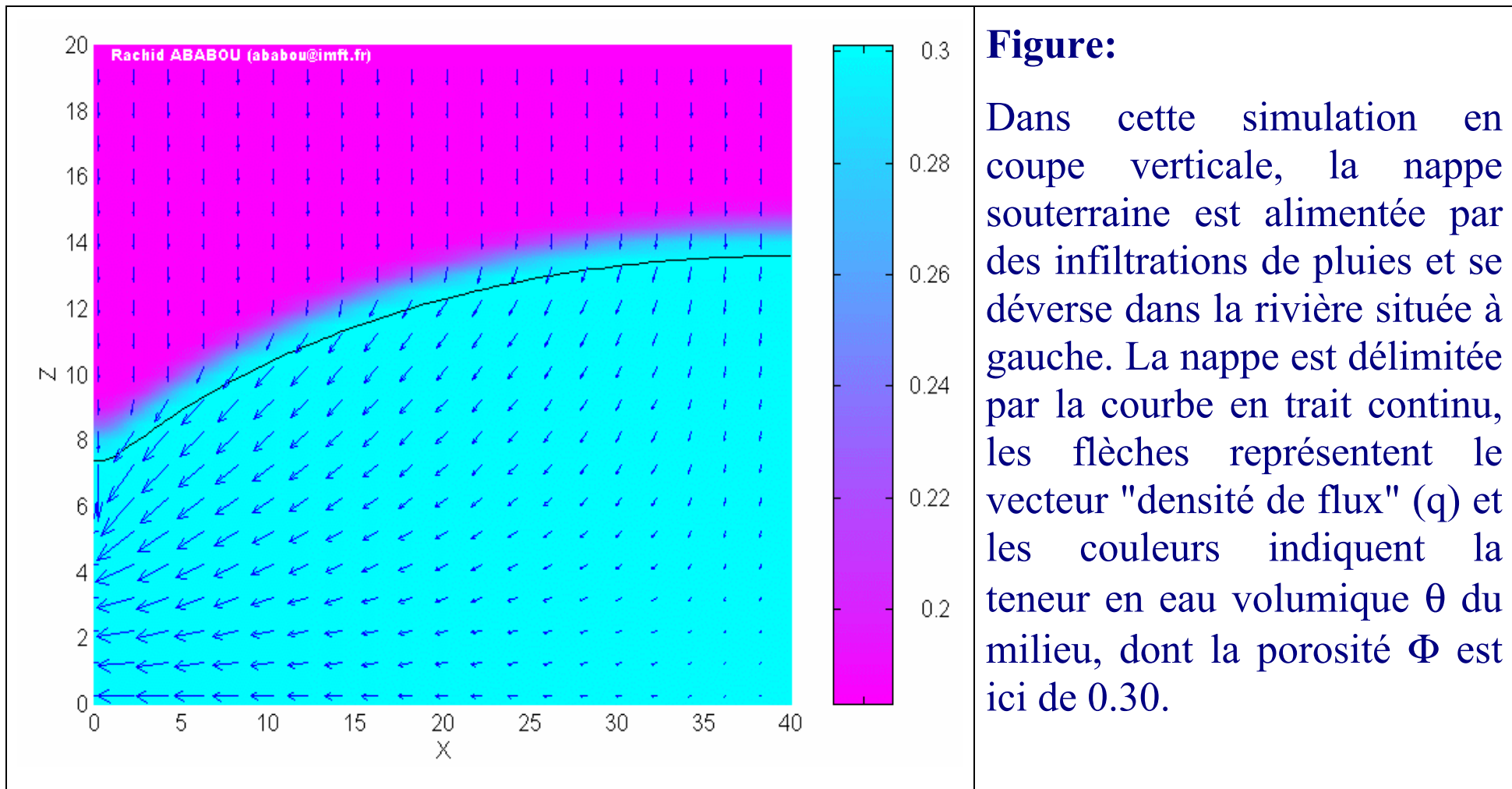
1.3.7. Echanges surface-souterrain : infiltration et recharge d'une nappe

...

1.3.8. Echanges surface-souterrain : exfiltration, sources & lignes de sources

...

1.3.9. Echanges nappe-rivière : tarissement nappe → débit de base rivière



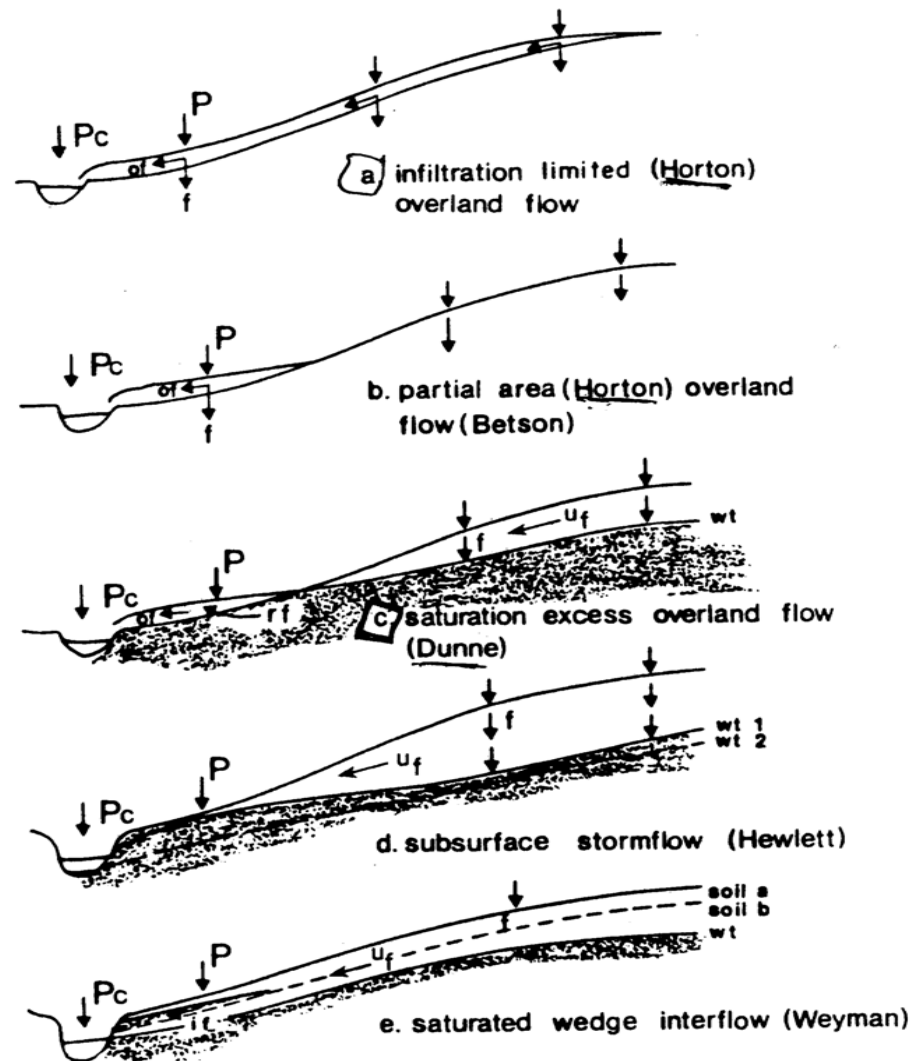
**Figure -2 :**

Figure schématique (Wood et al. 1991 & Beven 1986), illustrant différents modes d'écoulements dans un système bassin versant - nappe souterraine - cours d'eau :

(c) : le ruissellement pur est facilité par un excès de saturation subsurface;

(d) : une partie du ruissellement au moins se déroule en sub-surface...

("subsurface stormflow" = ruissellement hypodermique).

1.3.10. Notions de piézométrie - mesures et cotes piézométriques (introduction)

$$H = \frac{p - p_{ATM}}{\rho g} + z \quad (z \uparrow)$$

CHARGE HYDRAULIQUE (*HYDRAULIC HEAD*)

.....

.....

...

GROUND WATER LEVEL MONITOR Logger Radio Sensor S4151

Function

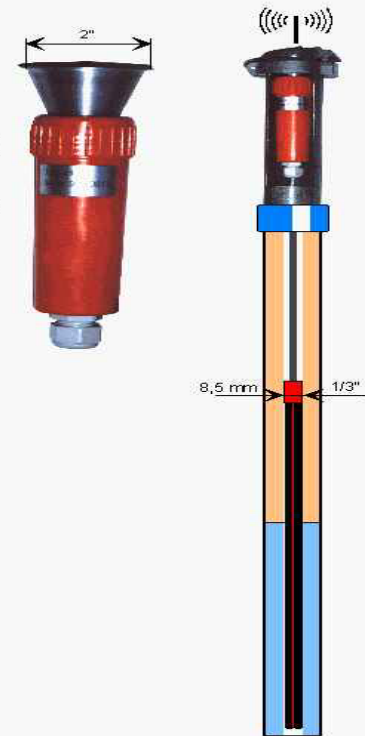
1. Collects periodic readings of ground water level.
2. Addresses and analyzes radio signals and measured data.
3. Processes ground water level reading on command (i.e. can store lowest and/or highest ground water level readings during a command specified period of time. Several other storage functions can also be chosen.)

Reporting

1. Reports measured data upon inquiry from a mobile computer.
2. Automatic periodic reporting.
3. Automatically reports any change in ground water level.

Adjustments

All functions are pre-programmed in a hand-computer unit and transmitted to the sensor.



1.4. Exemples de nappes souterraines :

1.4.1. *Nappe des Sables Albiens du Bassin Parisien*

Références : G.Castany 1965; G.Castany 1968; B.Grenet et al. 1996.

La nappe des sables albiens (crétacé inférieur) du bassin parisien constitue (en région parisienne) une **nappe confinée profonde**, dont le toit se trouve à 500-800m de profondeur environ.

- Au-dessus de l'albien, les argiles imperméables de Gault (et les marnes de Brienne) recouvrent pratiquement tout l'aquifère et le maintiennent en charge presque partout (sauf à la périphérie, dans les zones de recharge de la nappe où les sables albiens affleurent).
- Au-dessous, il existe un autre aquifère jusqu'ici peu exploité, le Néocomien, séparé de l'Albien par plusieurs dizaines de mètres de "niveaux" argilo-sableux.

L'aquifère des sables albiens est constitué de niveaux sableux avec alternances d'argiles. Il a la forme d'une **cuvette de plus de 300 km de diamètre**, avec **affleurements** bien marqués à l'ouest (Champagne). La profondeur maximum est environ 1000 m dans la fosse de Brie et/ou(?) vers Coulommiers à 50 km à l'est de Paris. La superficie totale de l'aquifère est d'environ 75 000 km², comparable aux bassins versants de grands fleuves français (tels que la Garonne).

Historique d'exploitation de la nappe des sables albiens :

- **1841** : La nappe des sables albiens du bassin parisien est exploitée depuis 1841, date de fin de creusement (7 ans de travaux) du 1^{er} forage creusé dans la cour de l'abattoir de Grenelle à Paris.
- **1860 à 1930** : les forages se sont multipliés progressivement (une quinzaine) et le débit total d'exploitation atteint 10 Millions de m³/an vers 1930.
- **1935** : Puis le nombre de forages augmente brusquement en quelques années (une trentaine en 5 ans suite à une innovation technologique) et le débit d'exploitation finit par atteindre un maximum de 34 Millions de m³/an en **1935**.
- **1935-1980** : depuis 1935, le débit d'exploitation de la nappe (pour les forages d'Ile de France) a diminué fortement et régulièrement, sans doute à cause de la surexploitation de la nappe (il y a eu une baisse piézométrique de plus de 80 mètres dès 1935).
- **1980-2000 (présent)** : Le débit s'est stabilisé depuis 1980, et fluctue légèrement autour de 18 Millions de m³/an, ce qui correspond au seuil maximum fixé en 1979 par un groupe de travail du service des mines, qui préconise en même temps de réserver la nappe de l'albien à l'usage d'eau potable, **excluant ainsi l'usage "irrigation"**.¹

¹ L'irrigation n'était pas le seul usage incriminé. Ainsi, depuis 1963 un forage à 800m de profondeur puise l'eau relativement chaude de la nappe (30°C à cause du gradient géothermique) pour...chauffer la Maison de la Radio.

Qualité des eaux. Les eaux de la nappe des sables albiens sont particulièrement pures. La datation au Carbone 14 indique que l'eau vers le centre de la nappe est âgée de 35 000 à 40 000 ans, soit un **temps de parcours d'environ 40 siècles** entre l'infiltration des eaux en Champagne et leur arrivée vers le centre de l'aquifère (ou encore, grosso modo, sous la ville de Paris...).

Décret-loi de 1935. La **surexploitation** de cette nappe très pure, et son utilisation pour d'autres usages que l'approvisionnement en eau potable (par exemple pour l'irrigation), ont motivé le **premier décret-loi de 1935** soumettant à autorisation préalable tout forage de plus de 80 m de profondeur (ceci en Ile de France seulement).

Loi sur l'eau de 1993. La **loi sur l'eau de 1993** a finalement remplacé et abrogé le décret-loi de 1935, mais le contenu reste identique pour ce qui concerne les eaux souterraines en Ile de France.

Actuellement, l'eau de la nappe de l'albien serait classée "ressource stratégique" (à n'utiliser qu'en cas de catastrophe naturelle ou d'accident industriel), et un moratoire interdit tout nouveau forage (en Ile de France).

→ **NB :** **VOIR SEMINAIRE DE GHISLAIN DE MARSILY (MASTER H2SE, N7, 19 JANVIER 2006)**

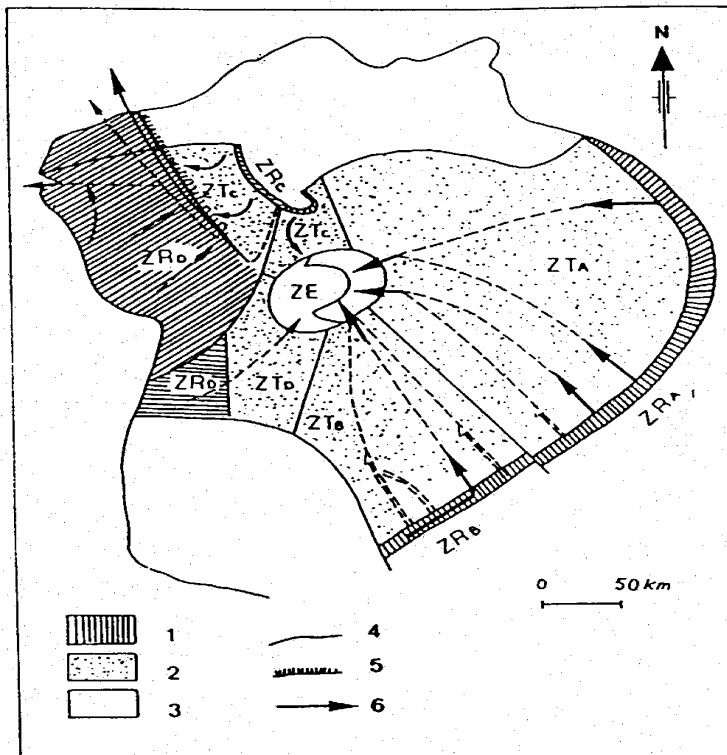


Figure 67 - Zones hydrogéologiques de l'aquifère multicouche des sables albiens du bassin de Paris. D'après A. Melloul (1979).

1, zone d'alimentation ou de recharge : ZR_A et ZR_B , zone d'alimentation par les affleurements de la bordure orientale ; ZR_C , zone d'alimentation par les affleurements de l'anticlinal du Pays de Bray ; ZR_D , zone d'alimentation par drainance descendante sous recouvrement crétacé.

2, zone de transition ou de mélange : ZT_A , ZT_B et ZT_C .

3, zone d'exutoire ou de décharge : ZE de la région parisienne, sondages d'exploitation et drainance ascendante.

4, limites de zones ; 5, faille de la basse Seine ; 6, axes principaux d'écoulement.

Figure 3 :

Sables Albiens (B.Parisien)

Carte stylisée des zones hydrogéologiques et de la configuration de l'écoulement pour la nappe confinée des sables albiens du bassin parisien (d'après *Castany*, qui lui-même l'emprunte à *Melloul 1979*).

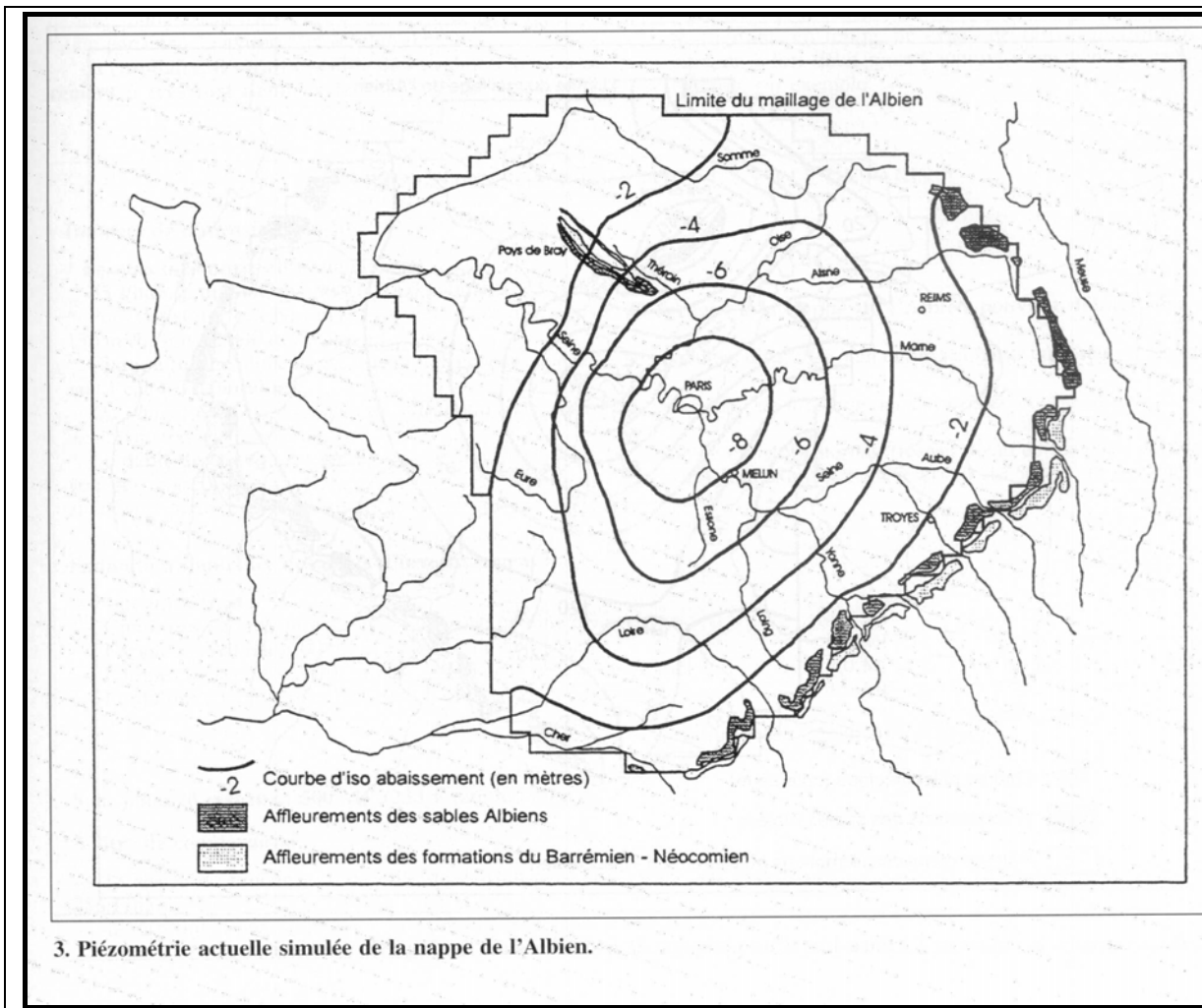


Figure 4 :
Sables Albiens (B.Parisien)

Carte piézométrique - simulée numériquement - de la nappe confinée des sables albiens du bassin parisien (d'après Grenet, 1996, in "La Houille Blanche").

Nappe des Sables Eocènes d'Aquitaine

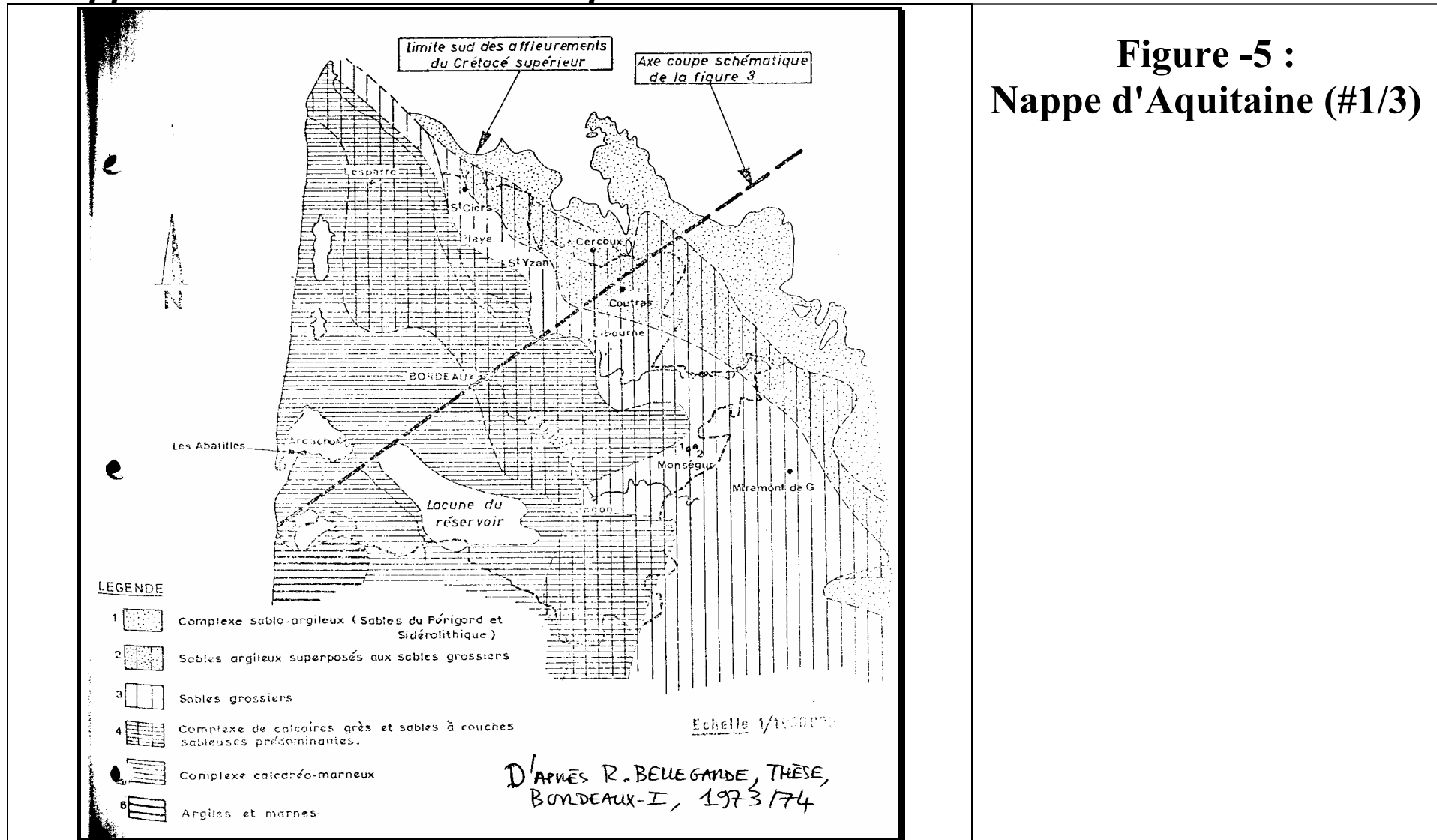


Figure -5 :
Nappe d'Aquitaine (#1/3)

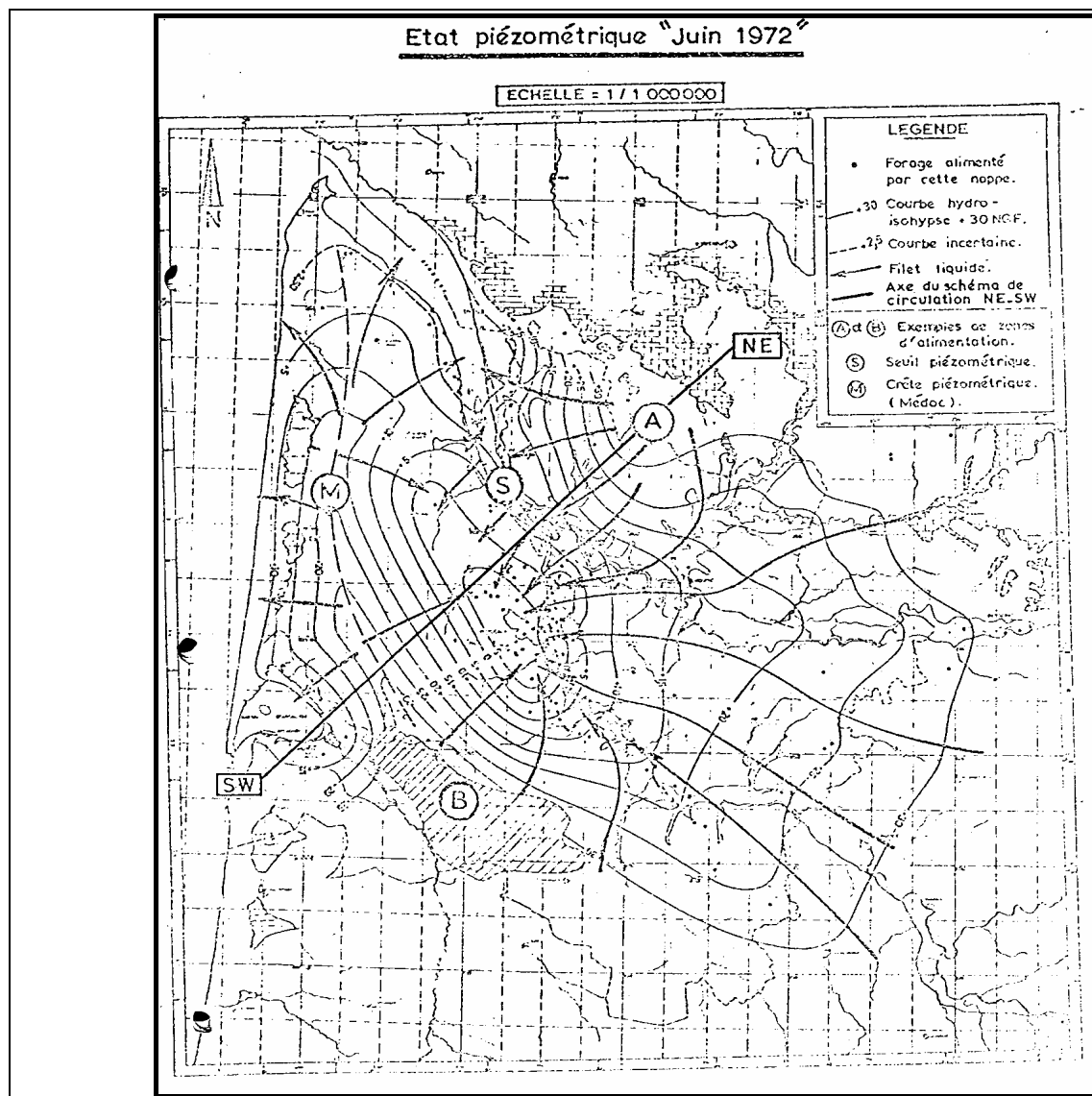


Figure -8 :
Nappe d'Aquitaine (#2/3)

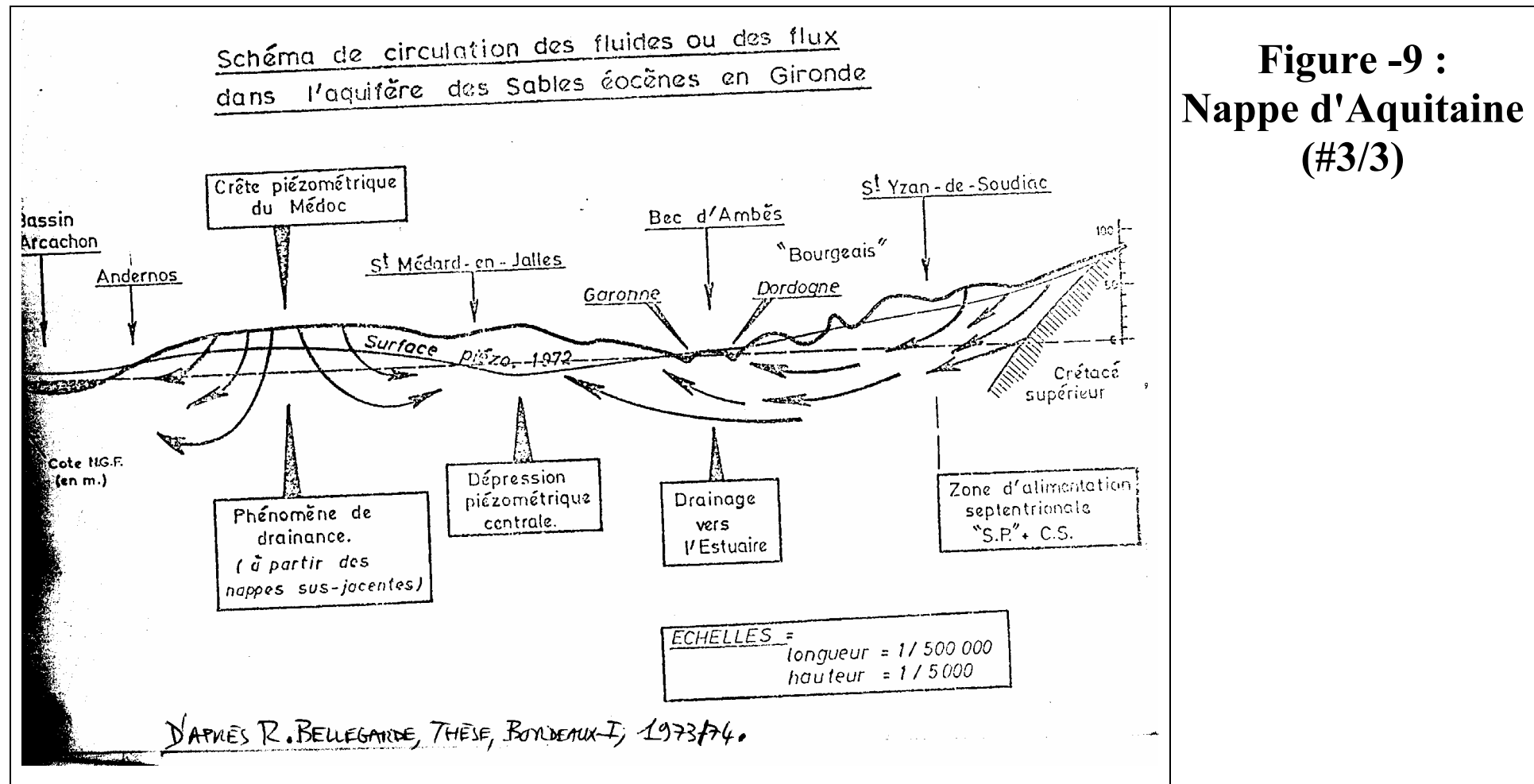
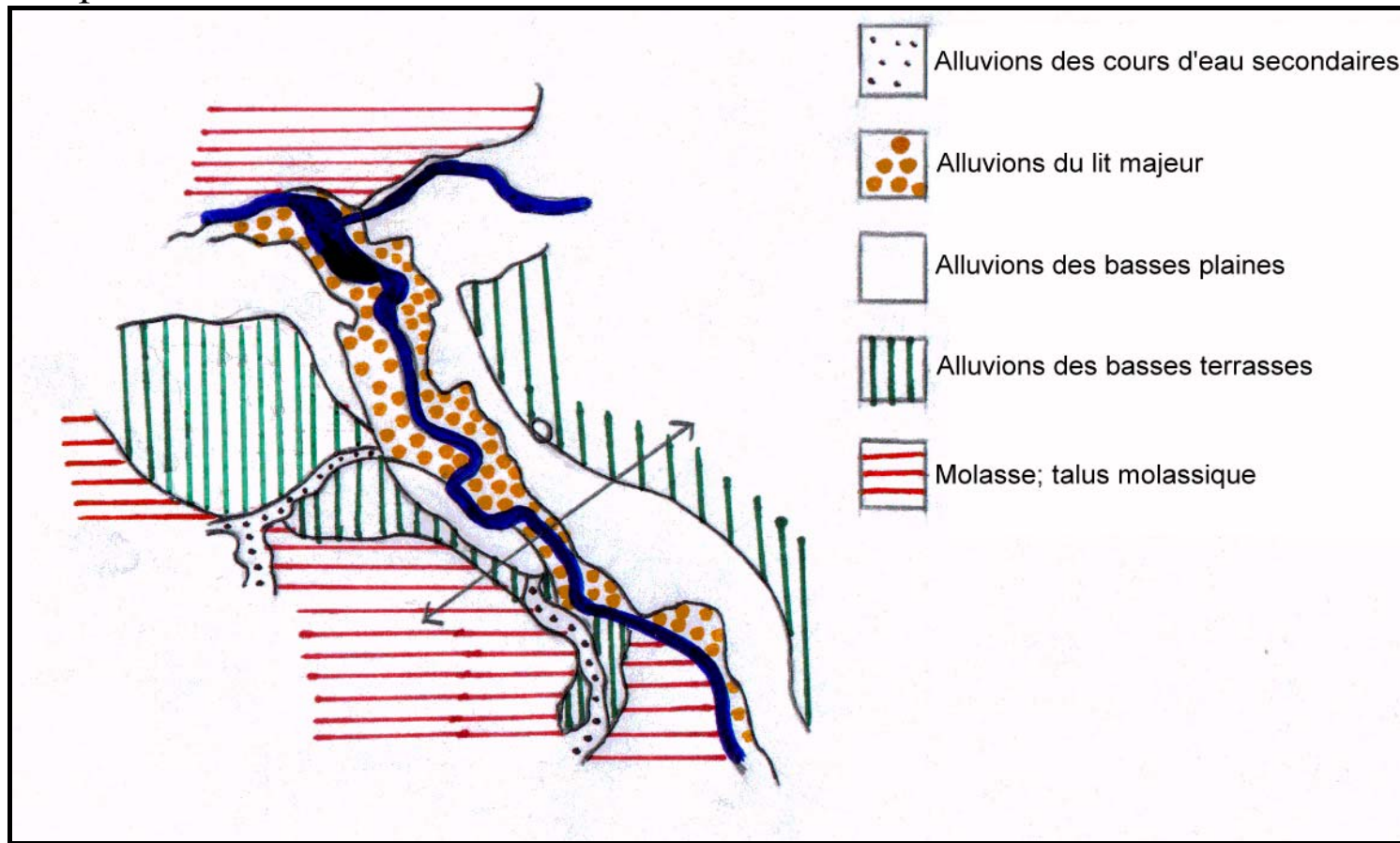


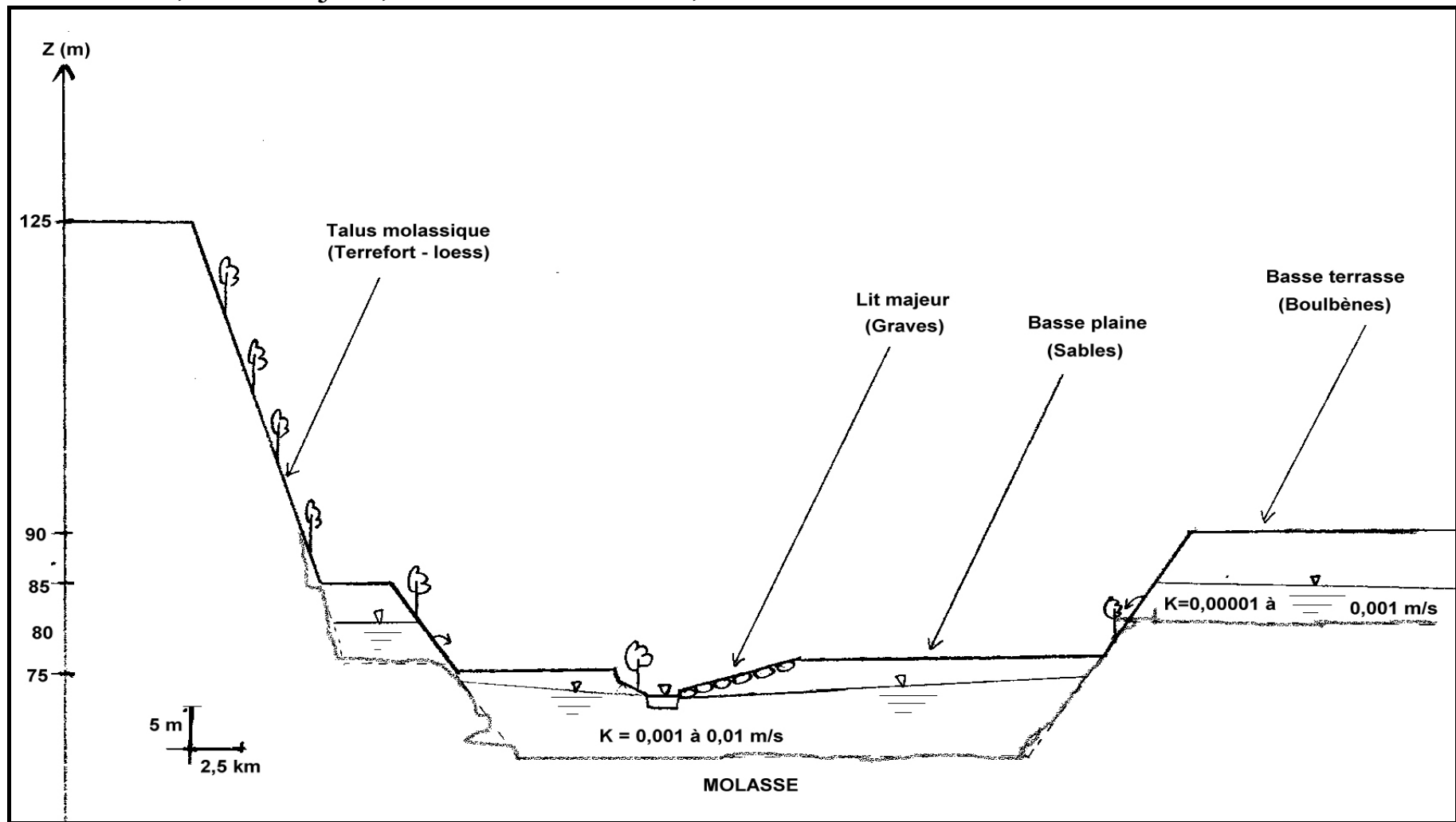
Figure -9 :
Nappe d'Aquitaine
(#3/3)

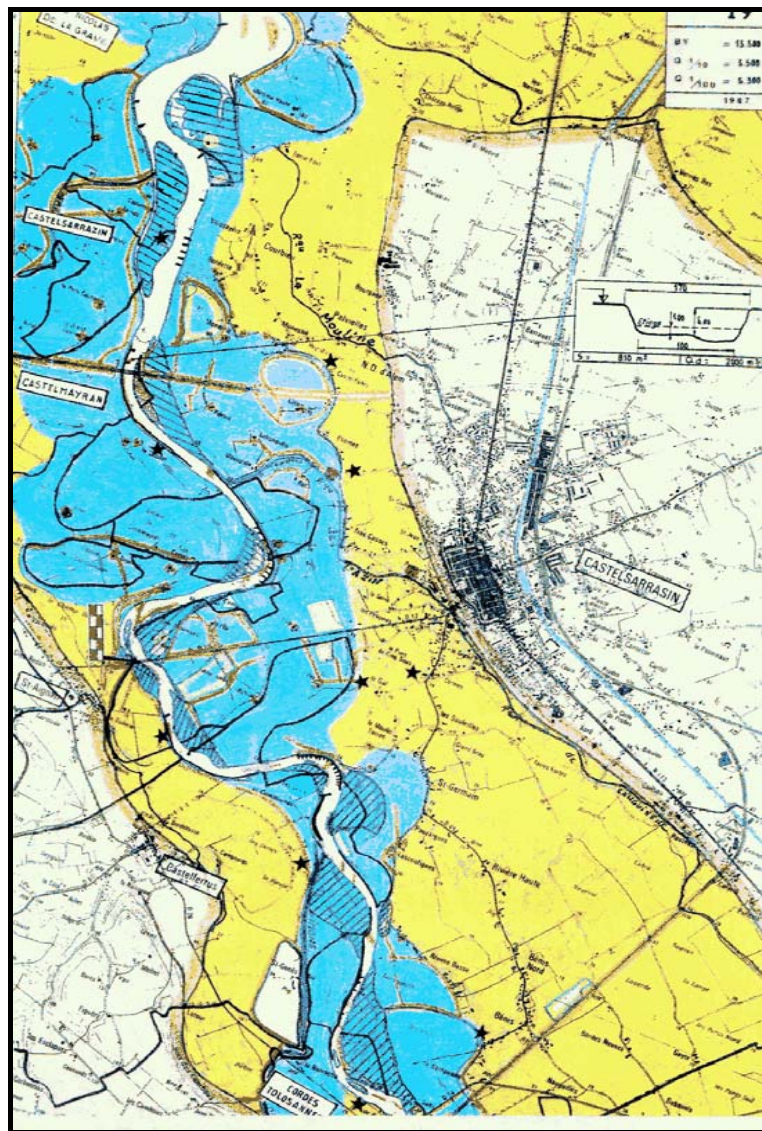
1.4.2. Nappe alluviale d'accompagnement de la Garonne

La **vue en plan ci-dessous** schématise une carte géologique à l'échelle (...) de la plaine alluviale de la Garonne dans la région de Moissac, au confluent Tarn-Garonne. La nappe libre alluviale, dite nappe d'accompagnement de la Garonne, coïncide approximativement avec le lit majeur et/ou avec la plaine d'inondation décennale de la Garonne.



La **coupe verticale** ci-dessous montre, toujours pour la Garonne près de Moissac, le lit mineur, le lit majeur, les basses terrasses, etc.





Ci-contre, une autre vue en plan :
le lit majeur (en bleu) et
la basse plaine de la Garonne
près de Castelsarrasin
(*Atlas Hydraulique de la Garonne...*)

1.5. Structure hétérogène du "souterrain"

1.5.1. Hétérogénéité des aquifères alluviaux de type sable-gravier

Exemples (schémas & photos) : stratification imparfaite, cross-bedding, bimodalité,...

1.5.2. Hétérogénéité des roches cristallines (granitiques) à différentes échelles

...

1.5.3. Roches fracturées et réseaux de fractures

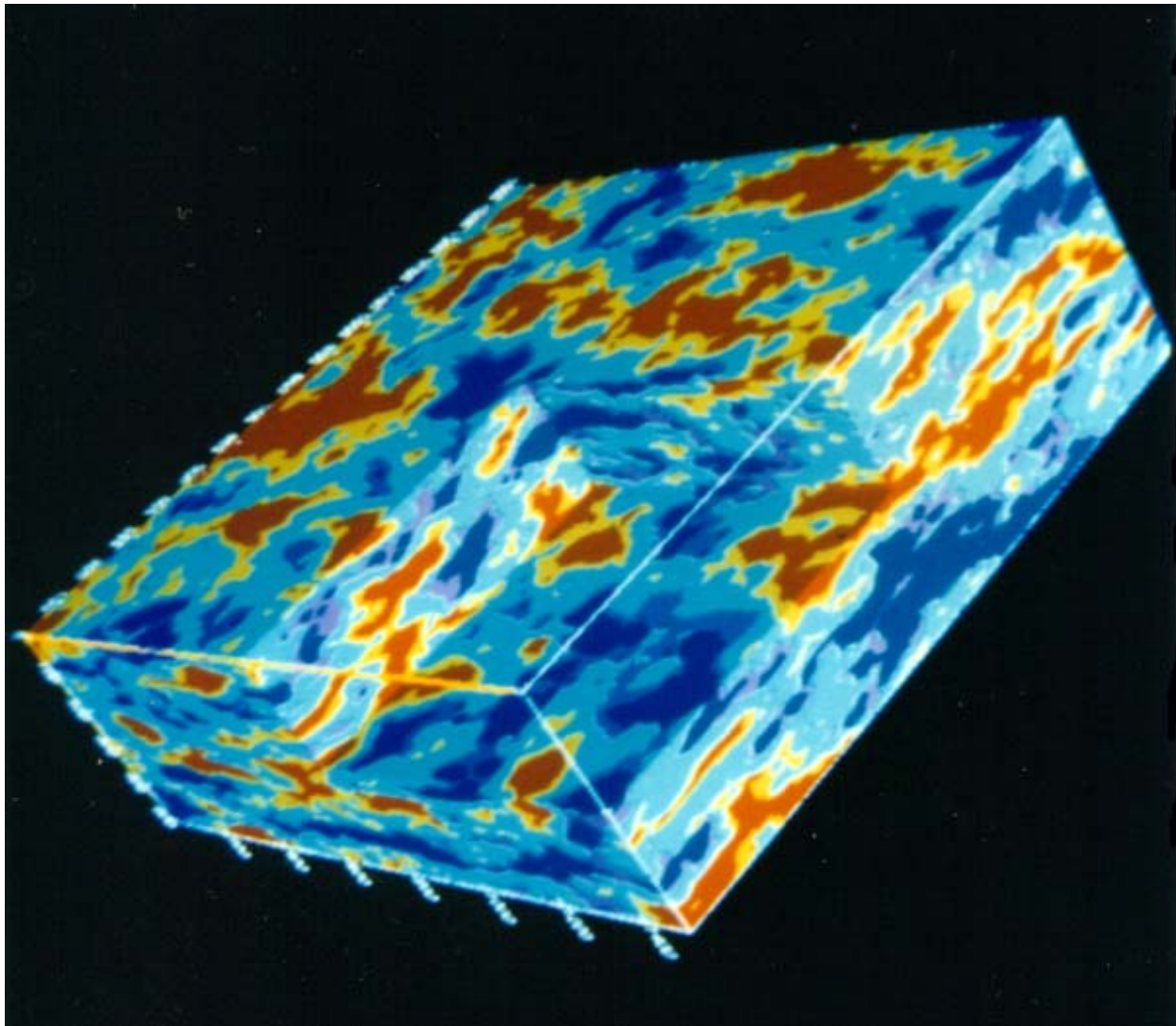
...

1.5.4. Roches fissurées et/ou karstiques (réseaux de fissures, galeries, cavités)

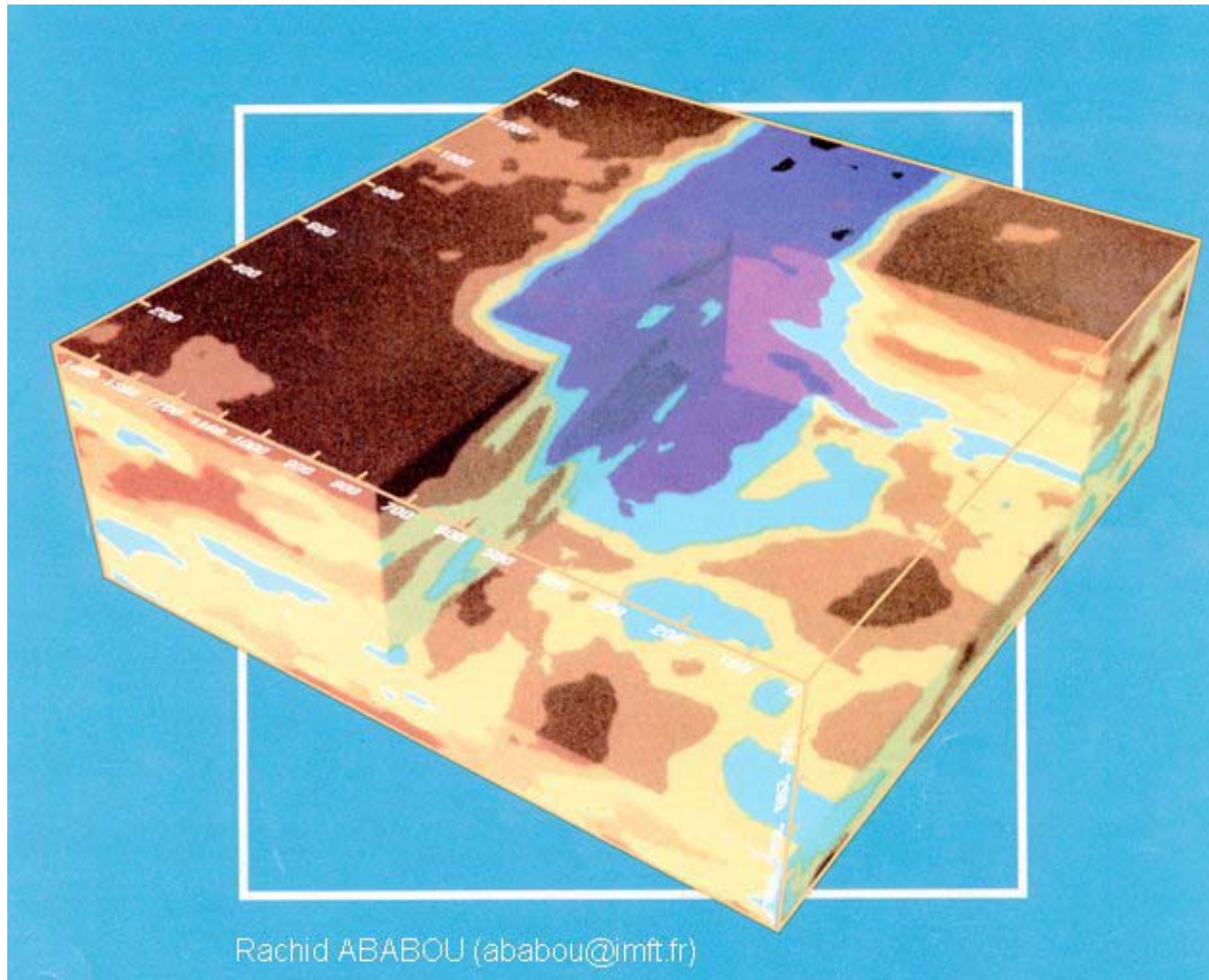
...

1.5.5. Illustration des effets de l'hétérogénéité par simulations d'écoulements (nappes en régime saturé) ou d'humectation de sols (non saturés).

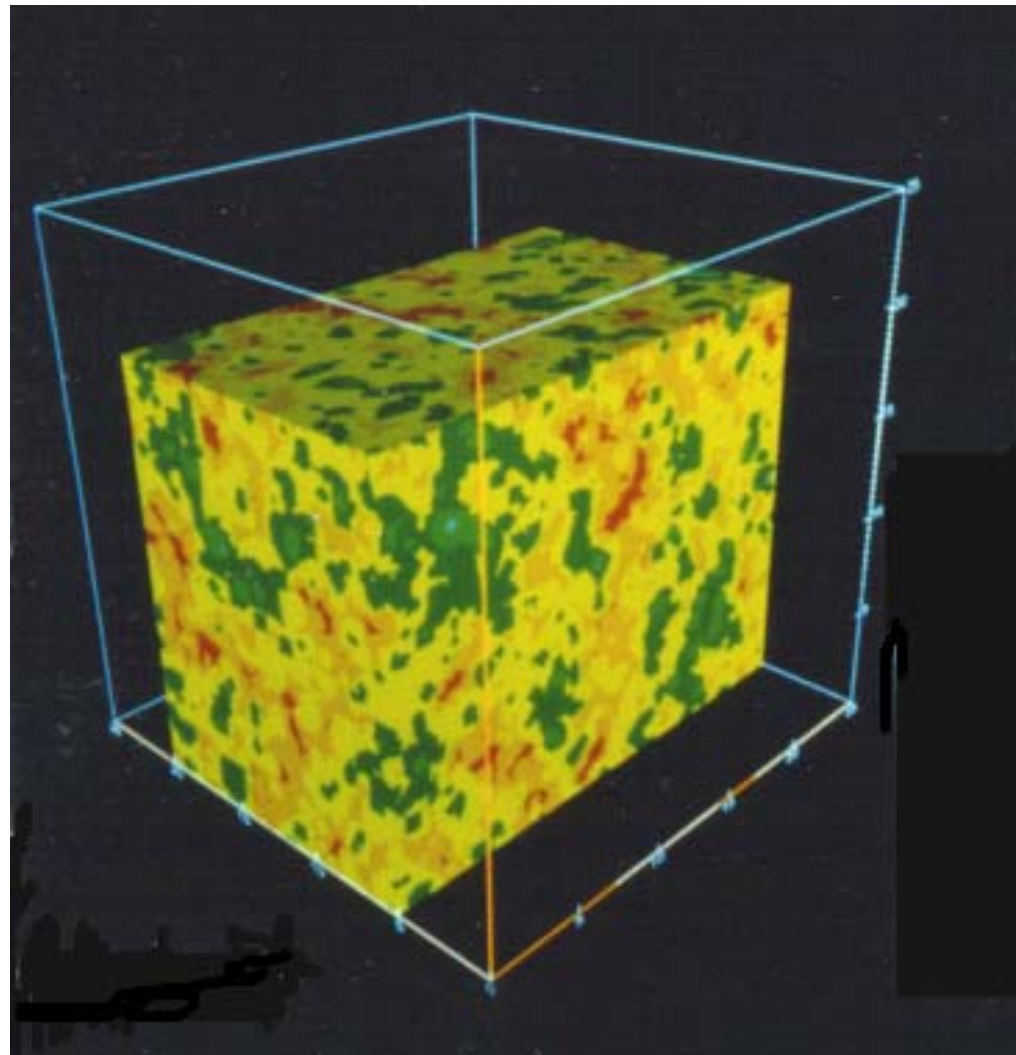
Voir certaines des figures suivantes (en couleur)...



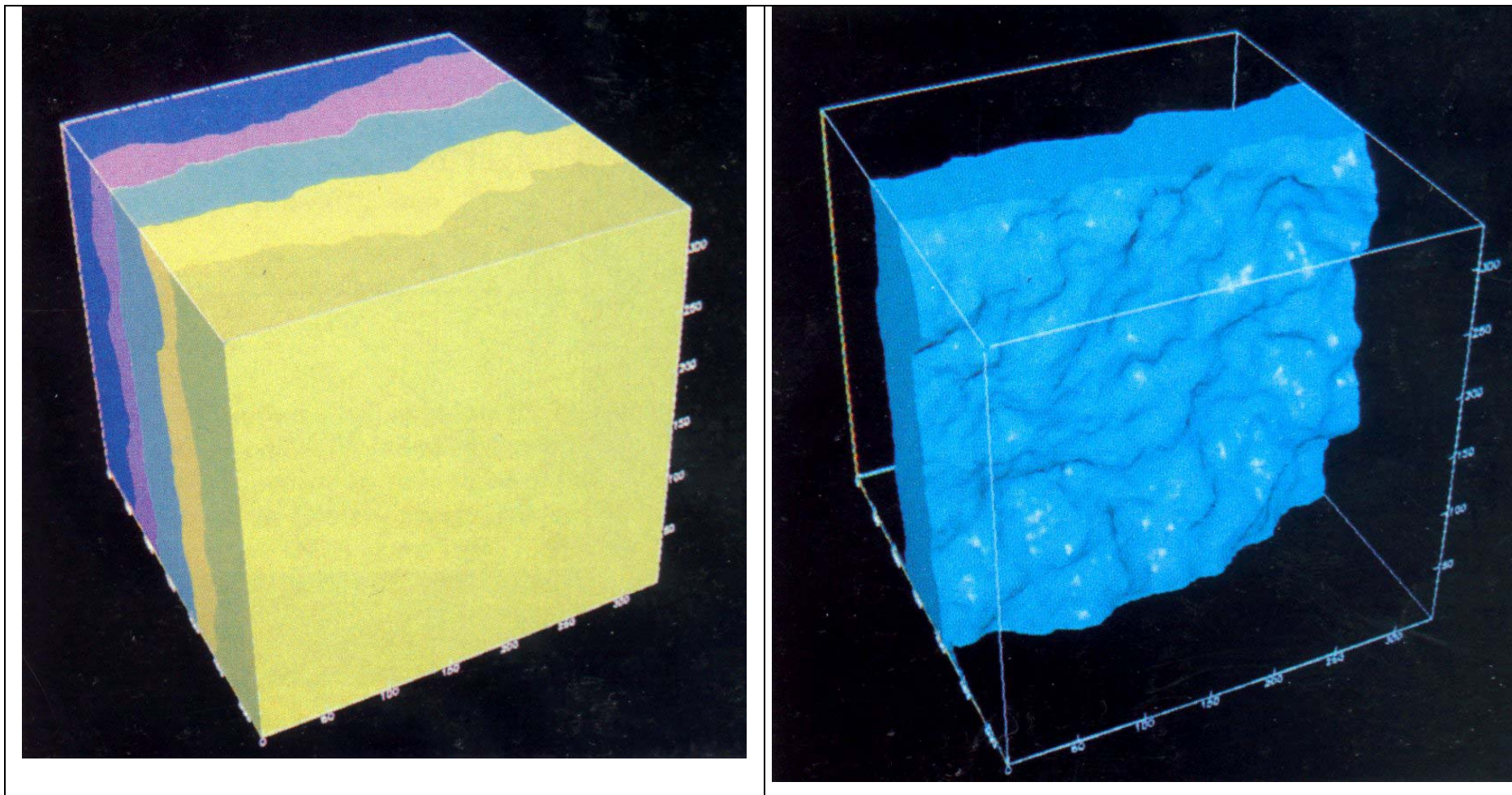
SIMULATION 3D D'UN PANACHE D'HUMECTATION (NON SATURE)
DANS UN SOL HETEROGENE IMPARFAITEMENT STRATIFIE.(STRUCTURE ANISOTROPE)



**SIMULATION 3D D'UN PANACHE D'HUMECTATION (NON SATURE)
DANS UN SOL HETEROGENE IMPARFAITEMENT STRATIFIE.(STRUCTURE ANISOTROPE)**

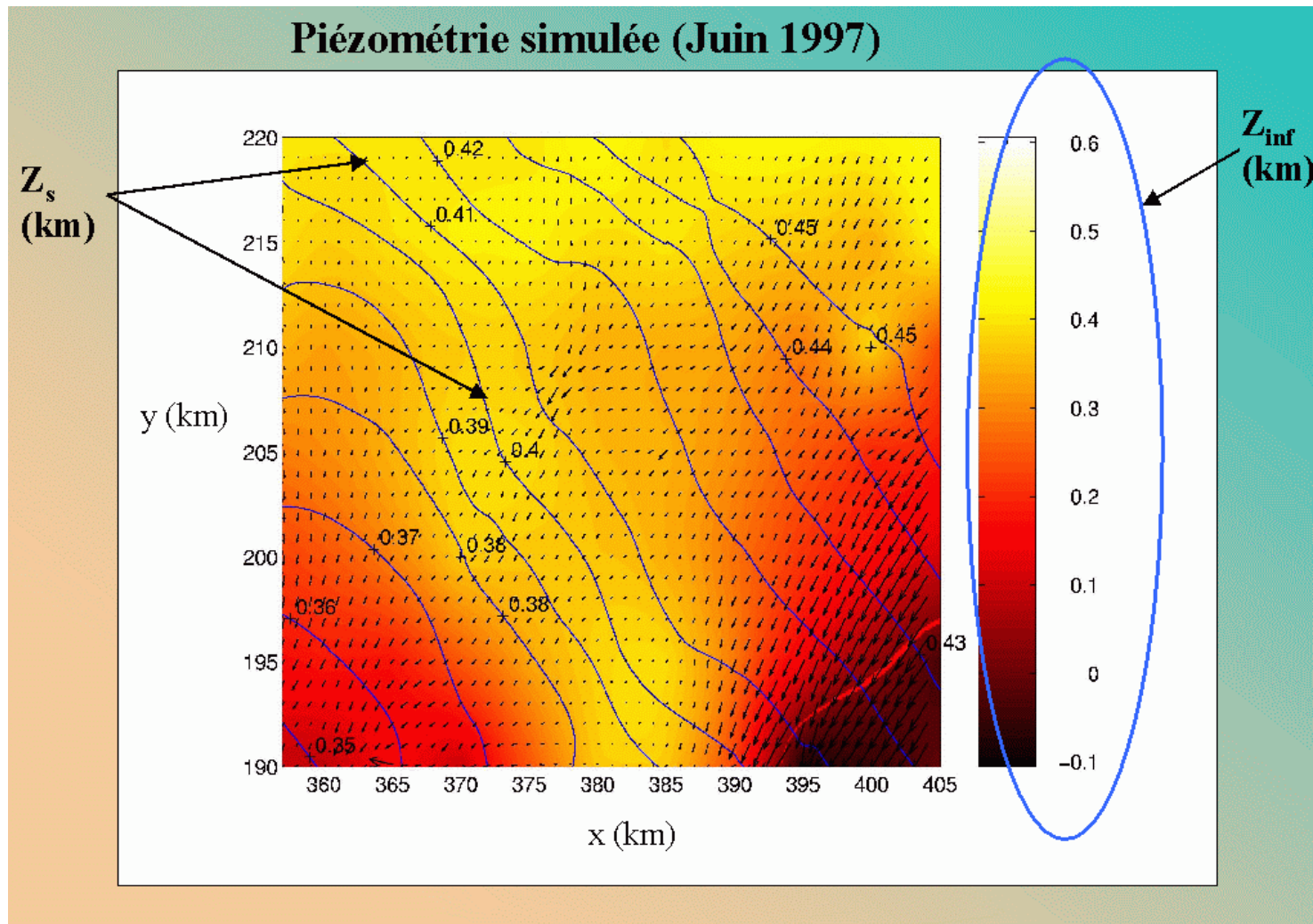


PERMEABILITE D'UN MASSIF POREUX ALEATOIRE GENERE NUMERIQUEMENT EN 3D
(CHAMP ALEATOIRE AUTOCORRELE A STRUCTURE ISOTROPE)

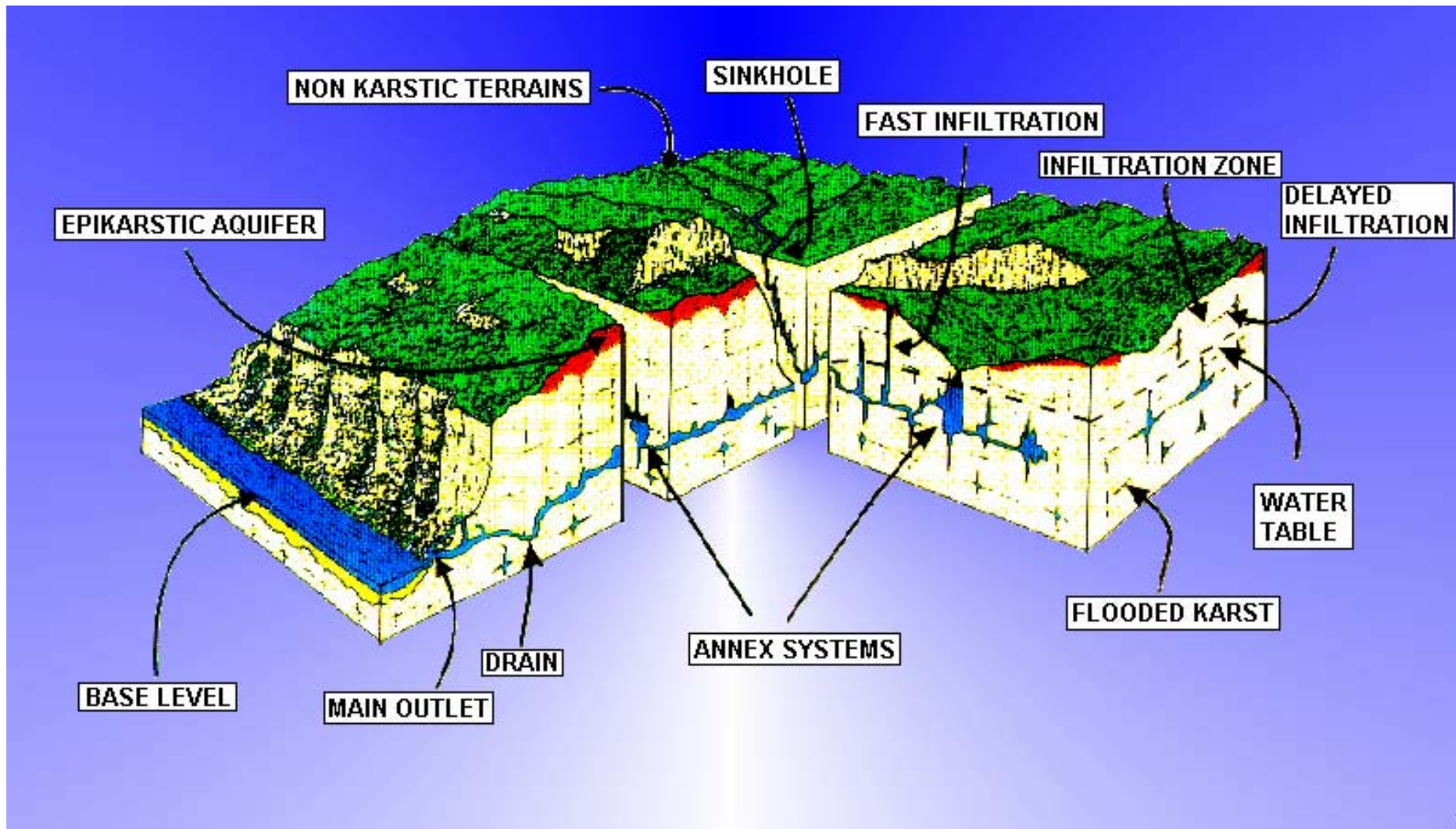


SIMULATION D'UN ECOULEMENT DE NAPPE CONFINEE A TRAVERS UN MILIEU POREUX HETEROGENE 3D AVEC UNE STRUCTURE DE PERMEABILITE $K(x,y,z)$ AUTOCORRELEE ET STATISTIQUEMENT ISOTROPE :

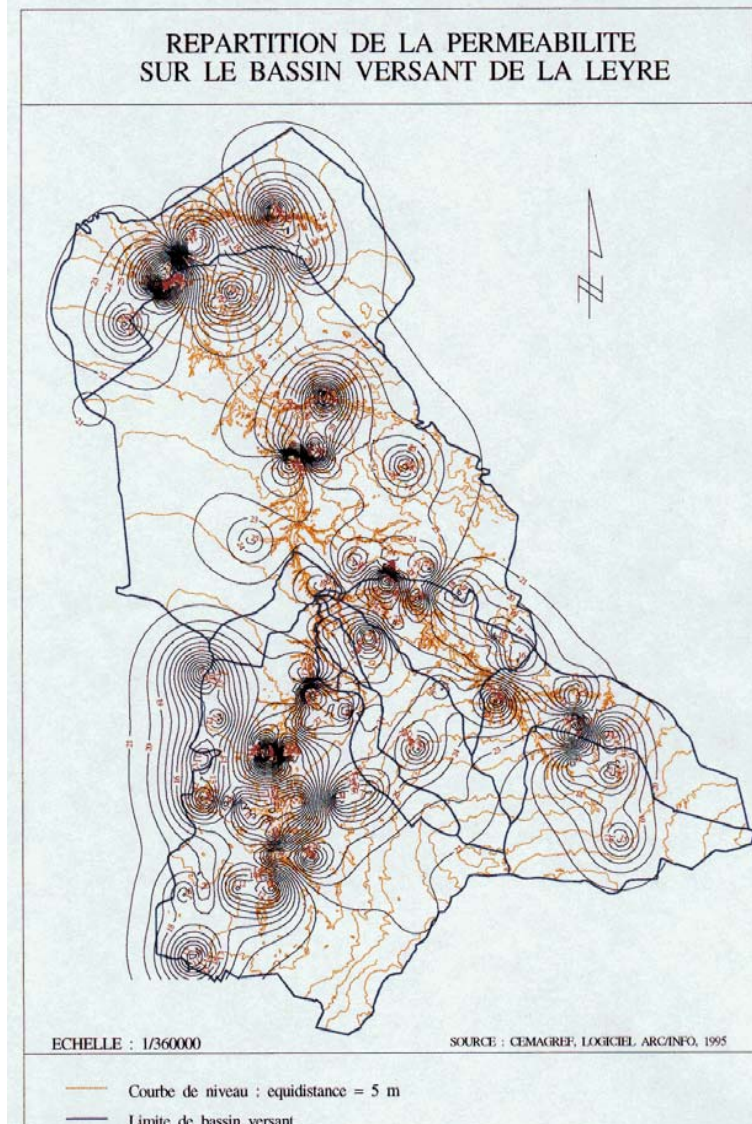
- *a gauche* : carte en couleur 3D de la charge hydraulique $H(x,y,z)$
- *a droite* : vue en « écorché » 3D d'une tranche iso-surface de charge hydraulique $H(x,y,z)$



Simulation de l'écoulement plan d'une nappe phréatique (périmètre irrigué $50 \text{ km} \times 30 \text{ km}$, plaine du Tadla, Maroc). Variable simulée : cote de la surface libre $H=Z_s(x,y)$. Près d'une centaine de mesures de transmissivités $T(x,y)$ ont été interpolées géo-statistiquement sur la maille fine du modèle numérique.



REPRESENTATION SCHEMATIQUE D'UN MASSIF KARSTIQUE (D'APRES A.MANGIN,...)



**ESTIMATION DES PERMEABILITES PAR
INTERPOLATION GEOSTATISTIQUE
DANS LE BASSIN DE LA LEYRE
(LANDES DE GASCOGNE -
ARCACHON).**

*R. ABABOU, T. H-C. LE, J.-C. CHOSSAT
(CEMAGREF & IMFT, 1997)*

1.6. Exemples d'applications de l'hydrogéologie quantitative

Comme applications de l'hydrologie souterraine et de l'hydrogéologie, on peut citer "en vrac" les problèmes suivants d'exploitation et de surveillance du cycle de l'eau (quantité et qualité):

- Surveillance, gestion et bilan des stocks d'eau souterrain
- Problèmes de pompage (extraction d'eau), problèmes de drainage (agricole), etc.
- Problèmes de protection des puits de pompage (périmètre de protection)
- Migration de polluants (chimiques, radionucléides) et réhabilitation de site pollué
- Intrusion saline (e.g. nappes côtières)

On peut encore citer, en dehors de l'hydrologie stricto sensu, certains problèmes liés aux problèmes du génie pétrolier, du génie civil, du génie minier, de la géothermie, etc :

- Géothermie et stockage de chaleur en réservoir souterrain
- Exploitation de réservoirs naturels d'hydrocarbures (pétrole, gaz),
- Débits d'infiltration et débits de fuite (tunnels, barrages, etc)
- Problèmes d'infiltration et de transferts de polluants dans les mines à ciel ouvert (...)

Voici une autre classification plus systématique de ≠ types de problèmes relatifs aux eaux souterraines:

(I) CIRCULATION DES EAUX A L'ECHELLE DES BASSINS HYDRO(GEO)LOGIQUES:

- Cycle "Précipitation → Infiltration → Recharge nappe → Interaction nappe/rivière"
- Structure spatiale et évolution temporelle de grandes nappes régionales
- Interactions eaux de surface / eaux souterraines à différentes échelles

(II) GESTION DE NAPPES, EXPLOITATION CONTROLEE DES EAUX SOUTERRAINES

- Dimensionnement de puits de pompage, et de groupes de puits, destinés à l'extraction de l'eau des nappes souterraines ; gestion des aquifères (réservoirs poreux naturels)... ↓
- Tests de pompage pour identifier les propriétés hydrauliques des aquifères (K, C) ←
- Problèmes d'affleurement de nappe, et problèmes de drainage (agricole en particulier)
- Problèmes des nappes saumâtres et, pour les nappes cotières plus particulièrement, problème d'intrusion saline : calcul de la pénétration d'un "coin salé" dans la nappe d'eau douce, calcul de la formation d'un "cône salé" ou "*upconing*" en un puits de pompage.

(III) MIGRATION DE POLLUANTS - QUALITE DES EAUX SOUTERRAINES ET DU SOUS-SOL

- Problème de migration de sel (↑) : l'intrusion d'eaux saumâtres ou salées s'accompagne de phénomènes de diffusion et dispersion du sel en solution dans l'eau.
- **Migration souterraine de contaminants chimiques, biochimiques, et/ou radioactifs...(*)**
- Dépollution, rémédiation ou réhabilitation de sites pollués, faisant appel notamment à des **techniques de rémédiation hydrauliques** (extraction/ré-injection)...(**)

(*) *Détails sur la problématique du thème « migration souterraine de contaminants ».*

■ **Migration souterraine de contaminants chimiques, biochimiques, et/ou radioactifs:**

- pollution accidentelle, e.g. explosion, renversement d'un train ou d'un camion citerne
- pollution non accidentelle ou même "structurelle", telle que l'infiltration lente des solvants toxiques utilisés dans un entrepot d'usine ou dans une base aérienne;
- pollution singulière dite "point source" (accidentel : camion citerne, quasi-permanent : cuve enterrée d'une station service par exemple);
- pollution distribuée, dite "non point source" (fertilisants+pesticides agricoles);
- pollution potentielle à évaluer à très long terme : stockage de déchets nucléaires en milieu géologique profond ; ce type de stockage est étudié par la plupart des pays « industrialisés » à production électrique nucléaire, dont la France.

(*) *Détails sur la problématique du thème « dépollution → rémédiation hydraulique ».*

■ **Techniques de dépollution, rémédiation, réhabilitation de sites pollués :**

- techniques de rémédiation hydrauliques (extraction et/ou ré-injection de liquides)
 - (...)
 - (...)

(IV) PROBLEMES DE TRANSFERTS SOUTERRAINS EN ENERGETIQUE ET ENVIRONNEMENT:

- Géothermie : circulations d'eau chaude, stockage et transfert de chaleur souterrain.
- Génie pétrolier: exploitation de réservoirs naturels d'hydrocarbures (pétrole, gaz), et en particulier, déplacements de fluides en réservoirs souterrains (dynamique des fluides diphasique et triphasique en milieux poreux hétérogènes et/ou fracturés).

(V) PROBLEMES D'HYDRAULIQUE SOUTERRAINE EN GENIE CIVIL, MINIER, ETC

- Pertes par infiltration, problème de drainage ou vidange de fouilles pendant les travaux, débit de fuite d'un tunnel, digues et barrages en terre, etc.

Remarques.

Noter que la rubrique "migration de polluants" est en fait liée aux autres thèmes, car la plupart des activités humaines génèrent (tôt ou tard) des problèmes de pollution.

Prenons un exemple. L'intrusion d'eau marine - qui contamine les nappes d'eau douce - est en partie un phénomène "naturel", mais ce phénomène est aussi influencé (renforcé) par l'exploitation humaine des nappes côtières (pompages etc). Les activités d'exploitation minières et pétrolières peuvent être génératrices de pollutions soit directement (sur le site) soit indirectement (hors site)...

Noter dans le même ordre d'idée qu'il peut être utile de partager la gestion des eaux souterraines en deux rubriques quantité/qualité, comme indiqué dans le **Tableau 2** ci-dessous...

Tableau 2 : Gestion des eaux souterraines - aspects quantité / qualité.

Eau	Flux	Stocks	Exemples d'études (au labo I.M.F.T)
QUANTITE	<ul style="list-style-type: none"> • Crues: hydrogrammes de crues • Etiages: débit d'étiage • Précipitations: hyétogrammes 	<ul style="list-style-type: none"> • Tirants d'eau en surface • Epaisseurs de nappes sout. • Teneur en eau : sols insaturés 	<ul style="list-style-type: none"> • Passes à poisson (instabilités) • Risques d'inondation • Propagation et annonce de crue • Bilan hydrologique bassin et étude d'un tronçon de Garonne (modèle sol-nappe-rivière) • Genèse et fonctionnement hydrologique des karsts • Eaux pluviales urbaines (dimensionnement) • Réseau d'irrigation (dimensionnement)
QUALITE	<ul style="list-style-type: none"> • Polluants dissous et traceurs • Matières en suspension • Colloïdes • Vie, poissons 	<ul style="list-style-type: none"> • Concentrations • Hauteur de sédiments (envasement) • Populations 	<ul style="list-style-type: none"> • Colmatage des frayères • Hydraulique des bras morts • Hydro-écologie de la Garonne (modèle filaire) • Bioderme : production de bioderme et interaction avec l'écoulement • Eaux pluviales urbaines (effluents : métaux lourds) • Stratification thermique et mélanges verticaux (lacs, rivières)

LISTE DES REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES 1

- **Freeze and Cherry (1979)** : *Groundwater*. Prentice-Hall. Englewood Cliffs NJ 07632, USA.
- **Schneebeli G. (1978, ré-éd.1987)**: *Hydraulique souterraine*. Eyrolles (Collection DER-EDF).
- **Musy A. et M.Soutter (1991)**: *Physique du sol*. Collection "Gérer l'Environnement" (Vol.6). Presses Polytech. et Univ. Romandes. Lausanne. 335 pp.
- **DeMarsily G. (1986)**: *Hydrogéologie quantitative*. Masson. [Existe aussi en anglais chez Academic Press].
- **Bear J., 1972 (ré-éd. 1988)**: *Dynamics of Fluids in Porous Media*. Elsevier (1972), ré-édité par Dover NY (1988).
- **Castany G., circa 1965 (ré-éd.1982)**: *Principes et méthodes de l'hydrogéologie*. Dunod Univ.
- **Castany G., 1968**: *Prospection et exploitation des eaux souterraines*. Dunod. Paris. 683pp+

1 Bibliographie en construction. Les ouvrages soulignés peuvent être considérés comme ouvrages de référence pour ce cours. Les auteurs marqués en caractères gras sont, à ma connaissance, disponibles à la bibliothèque universitaire de l'INP/ENSEEIH.

- **BRGM, 1998:** *Hydrogéologie*. No.4, 1998 (Colloque AIH France: Protection des eaux Souterraines - Groundwater Protection).
- **Hillel D., 1974:** *L'eau et le sol (principes et processus physiques)*. Trad. de l'anglais par L.W.de Backer. Vaander éditeur. Louvain.
- **Todd D.K. 1959 (1967):** *Ground Water Hydrology*. John Wiley & Sons. NY.
- **Davis N.S., R.J.M.DeWiest 1966:** *Hydrogeology*. John Wiley & Sons. NY.
- **Bize J., L.Bourguet, J.Lemoine 1972:** *L'alimentation artificielle des nappes souterraines*. Masson et Cie éditeurs. Paris.
- **Cedergren H.R., 1967:** *Seepage, Drainage, and Flow Nets*. John Wiley & Sons. NY
- La Houille Blanche - Revue Internationale de l'Eau: No.3, 1996: Dossier "Les nappes Profondes" 1^{ère} Partie.
- La Houille Blanche - Revue Internationale de l'Eau: No.4, 1996: Dossier "Les nappes Profondes" 2^{ème} Partie.
- Grenet B., H.Haeffner, A.Samson, P.Suzanne, 1996: "Stratégie d'exploitation des nappes de l'Albien et du Néocomien en région parisienne", in *La Houille Blanche - Revue Internationale de l'Eau*, Dossier "Les nappes Profondes" 2^{ème} Partie, No.4, 1996, pp.20-26.
- Chauveau L., 1997a: "La France gâche son eau", in *Science & Vie*, No.953, Février 1997 : Dossier "Menaces sur l'eau", pp.96-99.
- Chauveau L., 1997b: "Les pouvoirs publics baissent les bras", in *Science & Vie*, No.953, Février 1997 : Dossier "Menaces sur l'eau", pp.100-101.

- Adour Garonne - Revue de l'Agence de l'Eau : No. Spécial "Eau Souterraine", Hors Série, Hiver 2002, 84 pp.
- Adour Garonne - Revue de l'Agence de l'Eau : No.76, Eté 1999 : "Les derniers avis du conseil scientifique du comité de bassin Adour-Garonne", pp.38-39.
- Lescroart M., 2002: "Hydrogéologie : Les eaux souterraines mal exploitées", in *Le Figaro*, Sam.-Dim. 5-6 Janvier 2002, Sciences et Médecine, p.9.
- Wolsack J., 1979: Cours d'hydraulique générale : hydraulique souterraine. ENGREF, Paris.
- ...

CHAPITRE 2. MILIEUX POREUX :
STRUCTURES, PROPRIETES PHYSIQUES,
ET PROPRIETES HYDRODYNAMIQUES
(LOI DE DARCY & PERMEABILITE)

PLAN DU Chapitre 2 : MILIEUX POREUX

Chap.2. MILIEUX POREUX : STRUCTURE PHYSIQUE & HYDRODYNAMIQUE (DARCY)

2.1. Milieux Poreux : Structures et Propriétés Physiques

- 2.1.1. Structures de différents types de milieux poreux**
- 2.1.2. Empilements de grains**
- 2.1.3. Porosité, indice de vide, densités apparentes**
- 2.1.4. Surface spécifique**
- 2.1.5. Texture et granulométrie (courbe granulométrique)**
- 2.1.6. Exercices**

2.2. Hydrostatique des Milieux Poreux (Saturés ou Non)

- 2.2.1. Equilibres hydrostatiques en zone saturée**
- 2.2.2. Equilibres hydrostatiques en zone non saturée**
- 2.2.3. Relation pression - teneur en eau ("courbe de rétention"), et relation avec la distribution de tailles de pores**
- 2.2.4. Exemples d'équilibres eau/air régi par la capillarité :**
- 2.2.5. Phénomènes de compressibilité**

(Suite du plan du Chap.2 « Milieux Poreux »)

2.3. Hydrodynamique des Milieux Poreux (Perméabilité, Darcy)

2.3.1. Loi de Darcy : vitesse & flux ; pression & charge ; perméabilité & conductivité

2.3.2. Perméamétrie :

- perméamètres de laboratoire → cf. **TD1**
- tests de terrain (cf. cours et TD : tests de puits)

2.3.3. Equations locales d'écoulements en MP

- conservation de masse « *divergence du flux* »
- loi de Darcy « *flux-gradient* »
- équation d'écoulement en pression totale (P) ou en charge hydraulique (H)

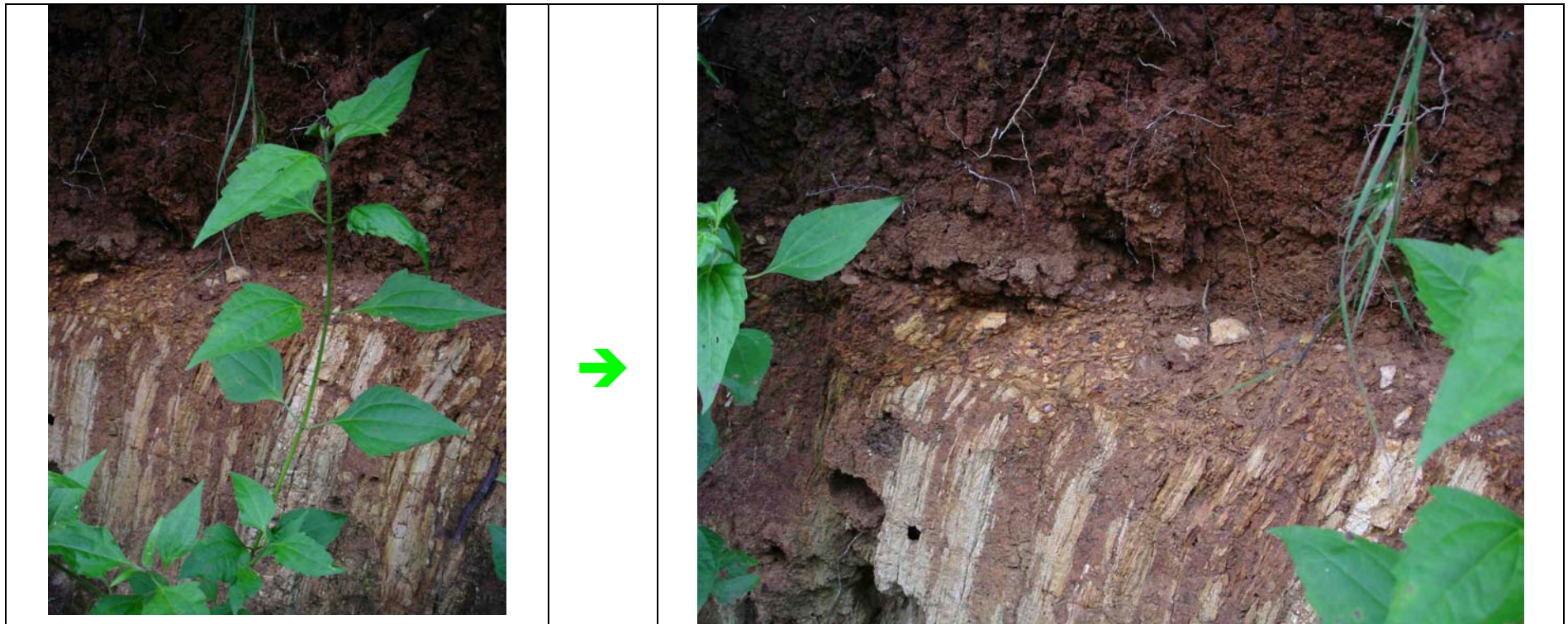
2.3.4. Extensions de la loi de Darcy & équations d'écoulements associées

- milieux anisotropes : perméabilité tensorielle K_{ij}
- perméabilités des roches fracturées (réseaux de fractures)
- sols non saturés : loi de Darcy-Buckingham, relation $K(\theta)$ ou $K(h)$
- loi de perte de charge quadratique en vitesse (Darcy/Ward-Ergun-Forchheimer)
- fluides à masse volumique variable $\rho(x,y,z)$
- gaz et autres fluides compressibles barotropes $\rho(p)$
- écoulements diphasiques non miscibles (eau-huile *ou* eau-air)

2.1. Milieux Poreux : Structures et Propriétés Physiques¹

2.1.1. Structures de différents types de milieux poreux

Milieux granulaires cimentés ou non (milieux consolidés ou non), fibres (bois), strates, lamelles, couches, filaments, alvéoles (bulles de gaz), inclusions d'argiles, nodules métalliques, roches fracturées, sols, humus, etc...



Gneiss très altéré et fracturé (saprolithe) sous une couche de sol argileux

(site de Moole Hole, Kerala/Karnataka vers Mysore, Inde du Sud). [Photo R.A. 2005]

¹ On utilisera souvent l'abréviation : "MP" = "Milieu Poreux".

2.1.2. Empilements de grains

Voir exercices de cours, plus loin...

2.1.3. Porosité, indice de vides, densités apparentes

➤ Porosité :
$$\phi = \frac{\text{Volume Pores}}{\text{Volume Total du MP}} = \frac{V_P}{V_T} \quad [\text{Porosity}]$$

➤ Indice des vides :
$$e = \frac{\text{Volume Pores}}{\text{Volume des Solides}} = \frac{V_P}{V_S} \quad [\text{Void ratio}]$$

➤ Masse volumique solide:
$$\rho_S = \frac{\text{Masse Solide}}{\text{Volume des Solides}} = \frac{M_S}{V_S} \quad [\text{Solid density}]$$

➤ Densité apparente (sèche):
$$\rho_B^{(dry)} = \frac{\text{Masse Solide}}{\text{Volume Total MP}} = \frac{M_S}{V_T} \quad [\text{Dry bulk density}]$$

➤ Densité apparente (humide):
$$\rho_B^{(wet)} = \frac{\text{Masses Solide} + \text{Eau}}{\text{Volume Total MP}} = \frac{M_S + M_E}{V_T} \quad [\text{Wet density}]$$

On accepte $\rho_S \approx 2.65 \text{ g/cm}^3$, densité solide des sols, roches, et la plupart milieux géologiques. De plus, à partir des définitions précédentes, montrer que... (*exercice simple !*) :

➤
$$\phi = \frac{e}{1+e} ; \quad \rho_B^{(dry)} = \rho_S \times (1-\phi) ; \dots \text{et d'autres relations du même genre.}$$

Indice des vides & porosité. Noter que $0 < e < \infty$ alors que $0 < \phi < 1$. Pour un milieu très compressible, la porosité voit varier à la fois son numérateur et son dénominateur, tandis que seul le numérateur varie dans l'indice des vides. C'est pourquoi on préfère parfois utiliser l'indice des vides, en géotechnique notamment.

2.1.4. Surface spécifique

➤ Surface spécifique (*ver.1*) :
$$s = \frac{\text{Aire des Surfaces Solides}}{\text{Volume Total MP}} = \frac{A_T}{V_T} \quad [\text{Specific area}]$$

La surface spécifique "s " (version 1) est en $[\text{m}^2/\text{m}^3]$ ou $[\text{m}^{-1}]$.

Sa définition peut être légèrement modifiée comme suit (version plus "hydrodynamique") :

➤ Surface spécifique (*ver.2*) :
$$s = \frac{\text{Aire de Contact Fluide Solide}}{\text{Volume Total MP}} \quad [\text{m}^2 / \text{m}^3]$$

Enfin, on peut définir aussi une surface spécifique pondérale (plutôt que volumique) :

➤ Surface spécifique pondérale (*ver.3*) :
$$s_p = \frac{\text{Aire des Solides}}{\text{Masse des Solides}} \quad [\text{m}^2 / \text{kg}]$$

➤ **Exercice.** Montrer que l'on a l'identité : $s = (1-\phi) \rho_S s_p$.

Exemples de surfaces spécifiques de milieux poreux

Dans les exemples ci-dessous, on a d'abord calculé la surface spécifique pondérale [m²/kg] à l'aide d'une hypothèse géométrique simple : grains supposés sphériques pour le gravier et le silt (limon fin) ; grains en plaquettes cylindriques circulaires pour les lamelles d'argile. Puis l'on a converti le résultat en surface spécifique [m²/m³] en prenant des valeurs typiques de ϕ , ρ_s , etc.

EXEMPLES DE SURFACES SPECIFIQUES	Surface spécifique pondérale « s_p » (m²/g)	Surface spécifique volumique « s » (m²/m³)
Gravier à grains sphériques d = 1 cm	2.2×10 ⁻⁴ m ² /g	400 m ² /m ³
Limon fin (silt) grains sphériques d = 0.02 cm	10-2 m ² /g	1.6 ha/m ³
Argile Montmorillonite: plaquettes circulaires de diamètre "d", épaisseur e = 10 Å = 10 ⁻⁷ cm.	750 m ² /g	800 km ² /m ³ , ou encore, 800 m ² /cm ³ (*)

(*) La surface spécifique de la Montmorillonite (800 m²/cm³) est donc, grosso modo, l'équivalent de la surface d'un terrain de football tenant dans un dé à coudre !

2.1.5. Texture et granulométrie (courbe granulométrique)

2.1.5.1 Préambule, terminologie (voir le lexique en Annexe)

Il s'agit ici seulement de décrire la **texture** des sols, aquifères et autres milieux géologiques de type granulaires. On ne présente pas ici de classifications géologiques et pédologiques axées sur la genèse des milieux, et il ne s'agit pas non plus d'analyser la "structure" des milieux en place (la « structure » d'un sol, notamment, est plus complexe et plus dépendante des conditions in-situ).

Rappelons que :

- *SAND* = SABLE,
- *CLAY* = ARGILE,
- *LOAM* = LIMON,
- *SILT* = LIMON FIN
- *silting* = envasement,
- ...

Tableau 3. Classification texturale USDA par classes de tailles de grains.

Matériau (texture)	Diamètre min.	Diamètre max.
Enrochements	200 mm	∞
Cailloux, galets	20 mm	200 mm
Graviers, gravillons	2 mm	20 mm
Sable grossier	0.5 mm	2 mm
Sable moyen	250 μm	500 μm
Sable fin	100 μm	250 μm
Sable très fin	50 μm	100 μm
Limon (moyen, grossier)	20 μm	50 μm
Limon fin ("silt")	2 μm	20 μm
Argile	0	2 μm

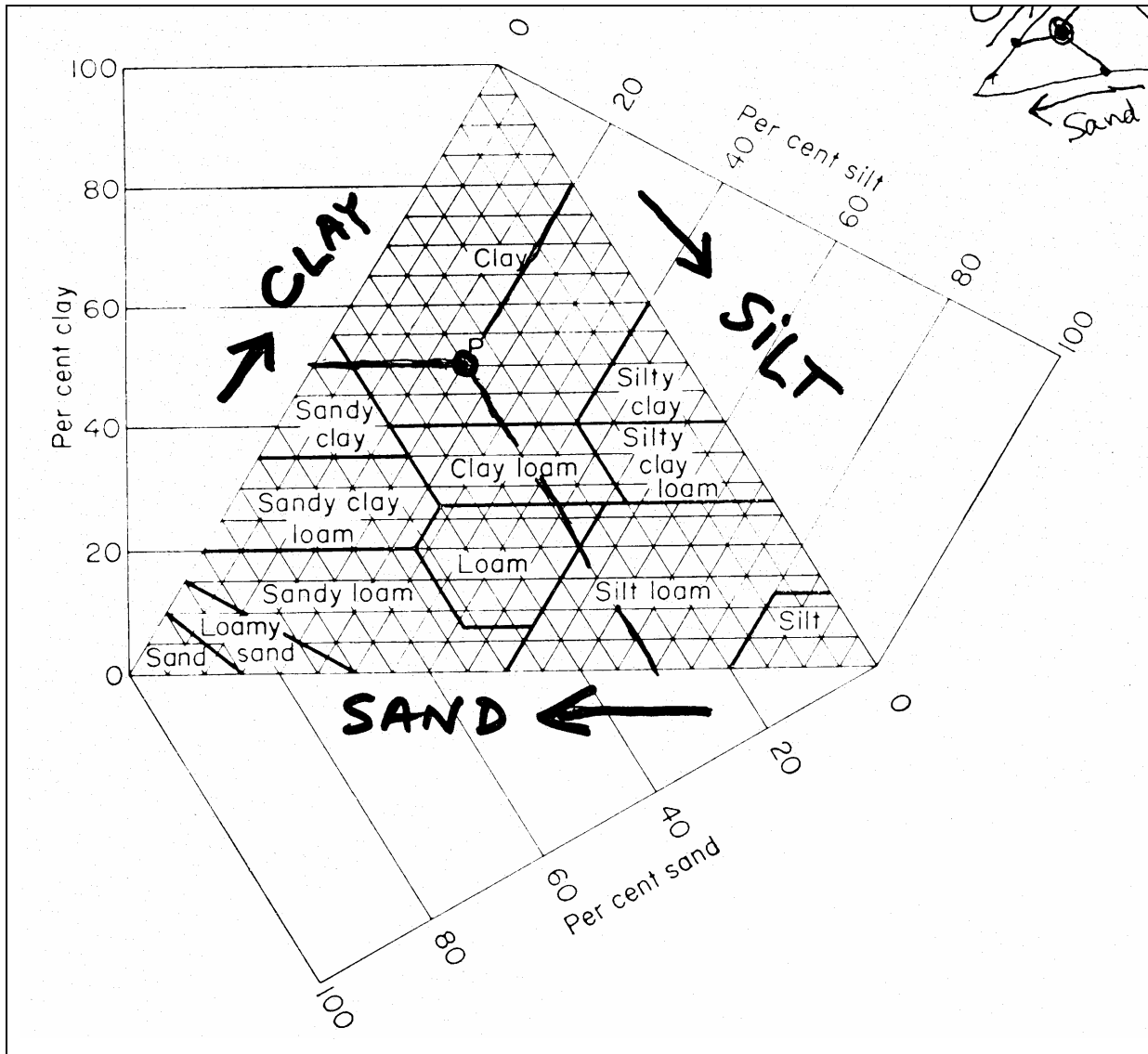


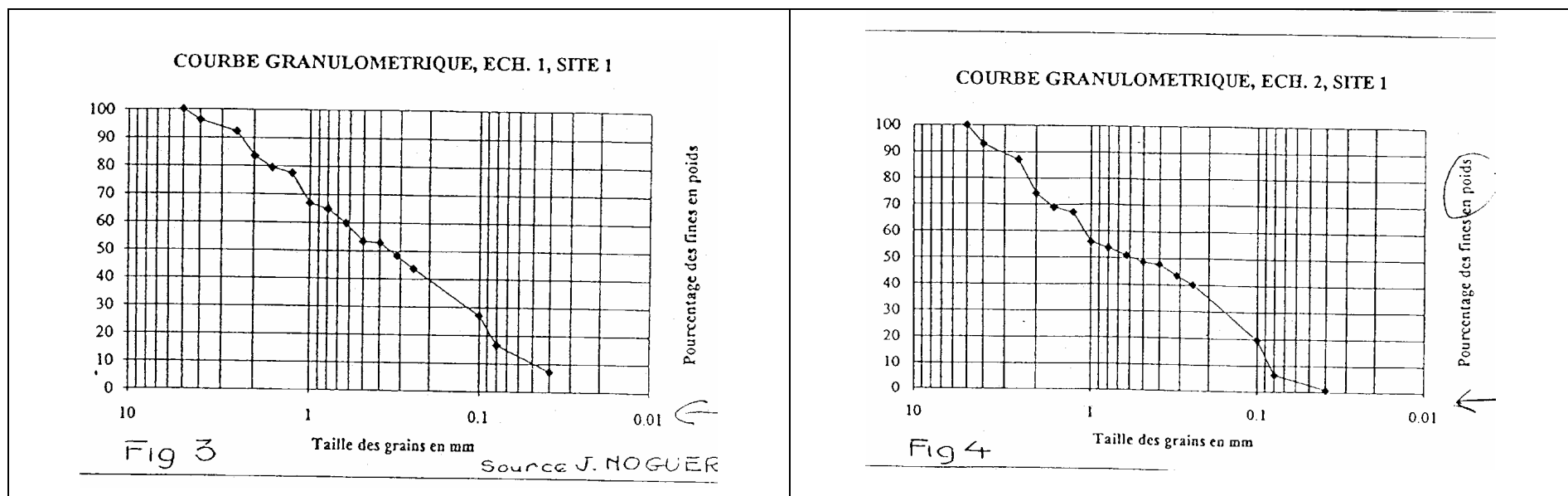
Fig. 6 : TRIANGLE TEXTURAL.

Triangle de classification textural de l'USDA (U.S. Department of Agriculture). Le point P est un exemple pour illustration : il représente un sol de type argileux, contenant 50% d'argile (Clay), 20% de limon fin (Silt) et 30% de sable (Sand). [D'après Don Kirkham, Section 5: Soil Physics, in "Handbook of Applied Hydrology", V.T.Chow ed., Mc Graw Hill, 1964].

2.1.5.2 Granulométrie - courbes granulométriques (*cumulées ou non*)

La **figure** ci-dessous (cf. ZOOM→) montre les courbes granulométriques *cumulées* pour des échantillons de sols du bassin du Gourron (sous-bassin Laou d'Escoumes, affluent du Gourron) près de Bagnères de Luchon, Pyrénées. Ici, les courbes granulométriques sont données en pourcentage de poids des particules plus fines qu'un certain diamètre (mm) en échelle log-décimale inverse.

Exemple (Echantillon 1, Site 1) : les particules plus fines que $d = 1$ mm représentent près de 70% du poids total des particules. [Source : J.Noguer (via C.T.), Eaux & Forêts].



COURBE GRANULOMETRIQUE, ECH. 2, SITE 1

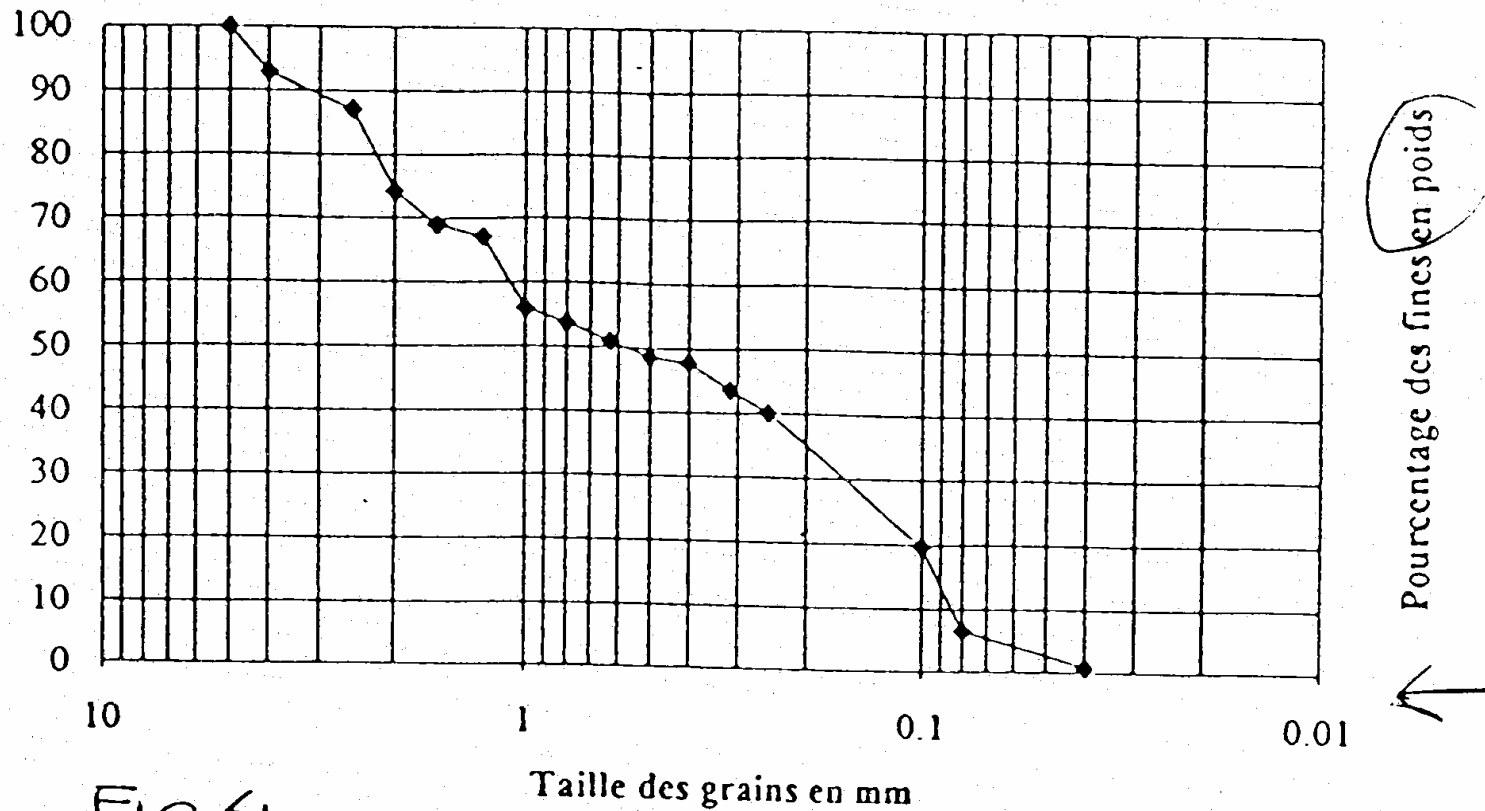


Fig 4

Echantillon 2, Site 1 : les particules fines de taille ≤ 1 mm représentent $\sim 55\%$ du poids total des particules.

2.1.6. Exercices de cours « pores & grains »

Ces exercices correspondent à la section précédente sur les caractéristiques morphologiques des milieux poreux, telles que : porosité, surface spécifique, empilements de sphères, empilement de grains (exemple : colonne de sable)...

E1.1 -Exercice de cours : Empilement cubique simple

Question : Calculer la porosité ϕ et la surface spécifique σ de l'empilement cubique simple (simple cubic packing « scp »), en utilisant une cellule périodique 3D pour les calculs de volumes et de surfaces.

E1.2 -Exercice de cours : Empilement hexagonal compact

Question : Calculer la porosité ϕ et la surface spécifique σ de l'empilement hexagonal compact (hexagonal close packing « hcp »). Préciser d'abord par un ou plusieurs dessins la géométrie 3D de cet empilement, en prenant par exemple des sphères de rayon unité, et définir une cellule périodique 3D pour les calculs de volumes et de surfaces.

Indications : Noter qu'il s'agit de couches planes alternées (A-B-A-B-...) de réseaux de sphères hexagonaux, ou en « nid d'abeille », et ne différant que par leurs positions et orientations relatives. Dans un réseau plan (2D) en nid d'abeille, chaque disque est en contact avec 6 autres disques; chaque disque est donc le centre d'un hexagone dont les 6 autres disques constituent les sommets. Il en est de même pour les sphères du « hcp » dans le plan d'une couche. L'empilement 3D est réalisé en plaçant les sphères de la 2ème couche B dans certains « creux » de la 1ère couche A, puis en arrangeant les sphères de la 3ème couche dans certains « creux » de B tout en les faisant coïncider avec les positions des sphères de A.

E1.3 -Exercice de cours : Porosité d'une colonne de sable

Description du dispositif expérimental: Il s'agit d'une « manip » de drainage d'une colonne de sable, qu'on reprendra plus loin en détail pour illustrer la notion de coefficient d'emmagasinement de nappe. On entasse 5.51 kg de sable dans une colonne verticale en plexiglas, de diamètre intérieur $D = 7.5$ cm, et la longueur de la colonne de sable mesurée après sa mise en place est $L = 63$ cm.

Question: Calculer la porosité de la colonne de sable, à partir des données ci-dessus et de tout autres hypothèses utiles.

E1.4 -Exercice de cours : Porosité et Volume Élémentaire Représentatif ("VER")

Objet et données du problème: La **figure ci-jointe** représente un empilement bidimensionnel relativement compact de « grains » circulaires, ou disques, appartenant à plusieurs classes de tailles. On veut évaluer la porosité de ce milieu 2D, et on s'intéresse à la façon dont la porosité varie en fonction de la taille du domaine d'estimation. Plusieurs méthodes sont possibles. Par exemple, on a placé au centre du domaine carré une série de cercles emboîtés de rayons $R=R_0$, $R=2R_0$, $R=4R_0$, $6R_0$, ..., où R_0 est le rayon des plus grands disques (dont l'aire A_0 peut être prise égale à l'unité). On obtient finalement les résultats suivants:

R/R₀	Aire (A/A₀)	Aire Solide / A₀	% Solide	% Porosité
1	1	6/9		
2	4	28/9		
4	6	8 + 42/9		
6	36	14 + 125/9		
8	64	25 + 220/9		

Question: Compléter le tableau ci-dessus et tracer la porosité ϕ en fonction de la taille du domaine de calcul, par exemple, la courbe $\phi(R/R_0)$. Est-ce que ϕ tend vers une valeur constante ? Si oui, donner cette valeur ainsi que le « VER » correspondant. Le VER est le « Volume Élémentaire Représentatif ». Il s'agit ici d'une aire plutôt qu'un volume puisque le milieu considéré est 2D.

Question subsidiaire: Calculez directement par comptage la porosité ϕ du petit sous-domaine carré en bas à droite du schéma. On peut placer cette nouvelle valeur de ϕ comme un point supplémentaire sur la courbe précédente. Remarques ?

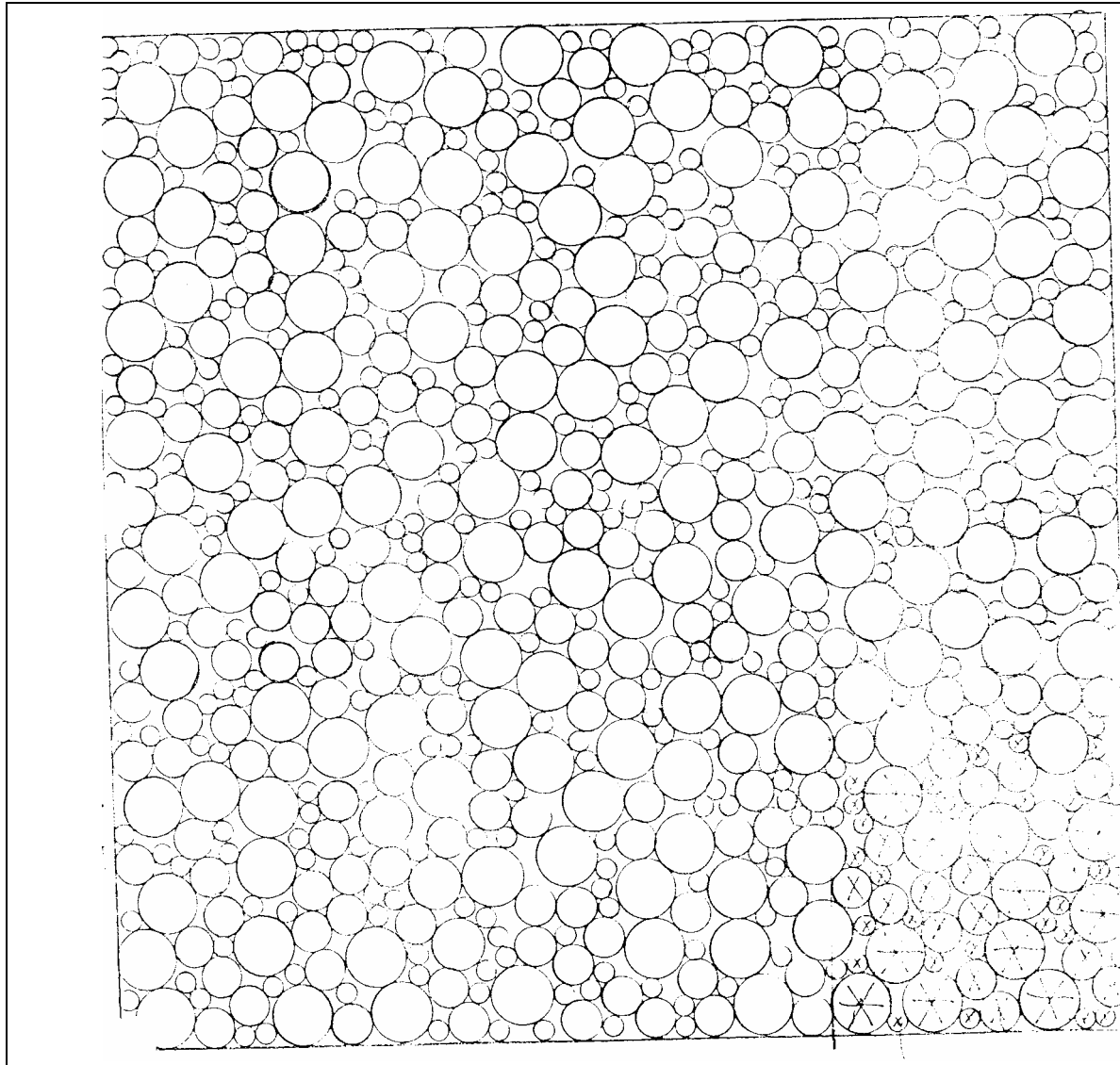


Figure -7 : Exercice 1.4

Empilement polydisperse de grains circulaires (en 2D)...

...ou encore :

Empilement 3D d'un faisceau de « grains » cylindriques parallèles vus en coupe orthogonale.

2.2. Hydrostatique des Milieux Poreux (Saturés ou Non)

2.2.1. Equilibres hydrostatiques en zone saturée

◆ **Réservoir poreux hydrostatique :**

profil de pression interstitielle $p(z) = p_{ATM} - \rho g (z - z_{SURF})$ avec z orienté vers le ciel,
et z_{SURF} la cote de la surface libre de la nappe dans le réservoir poreux.

◆ **Nappe à écoulement quasi-plan (verticalement hydrostatique) :**

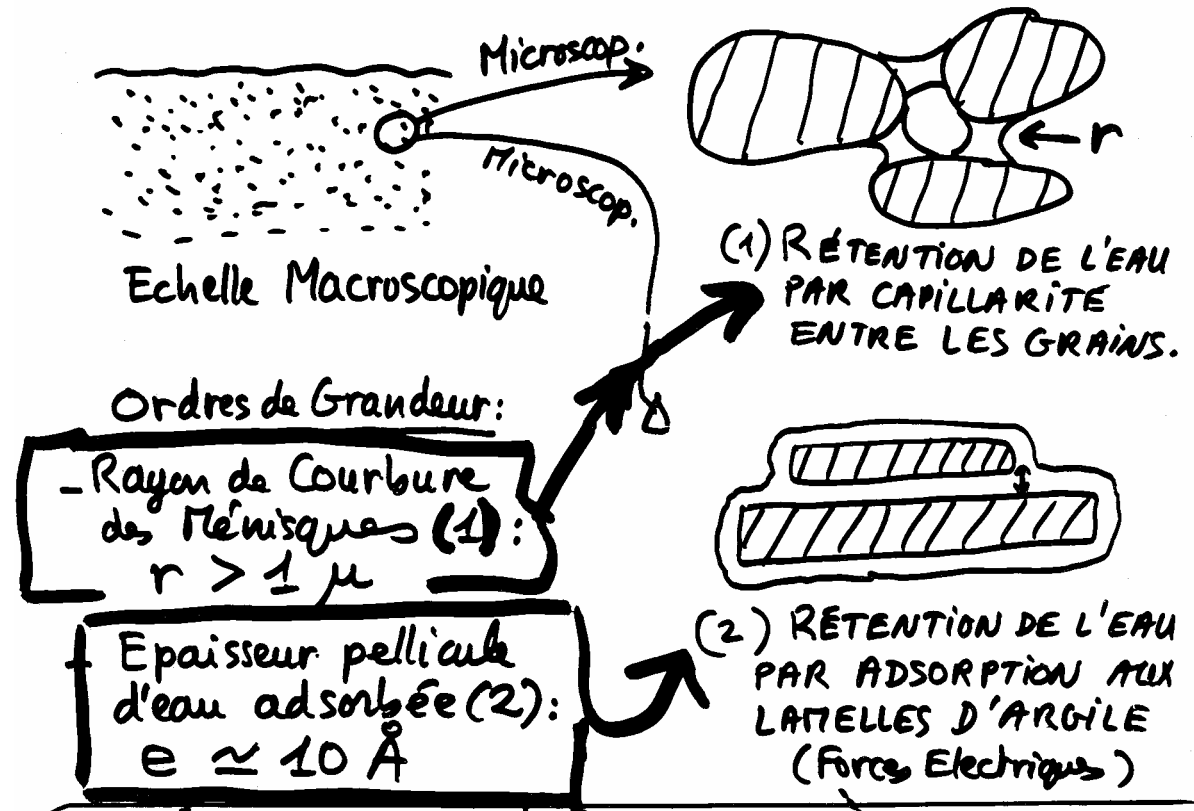
de façon analogue on aura, s'il s'agit d'une nappe libre,

$p(x,y,z,t) = p_{ATM} - \rho g (z - z_{SURF}(x,y,t))$ avec z orienté vers le ciel,

et $z_{SURF}(x,y,t)$ la cote de la surface libre de la nappe en (x,y) au temps (t) .

2.2.2. Equilibres hydrostatiques en zone non saturée

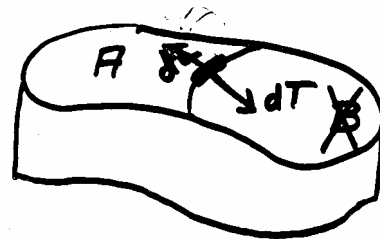
- ◆ Liaisons eau-grains en zone insaturée :
effets de la tension interfaciale (capillarité) et autres liaisons (argiles).



Approfondissement : énergie totale de liaison, potentiel thermodyn., extension de la notion de pression interstitielle (pression capillaire, suction).

2.2.2.1 Tension interfaciale (ou superficielle)

CAPILLARITÉ



SURFACE LIBRE A+B
(RÉCIPIENT QUELCONQUE)

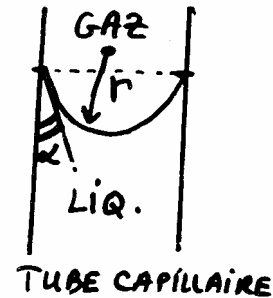
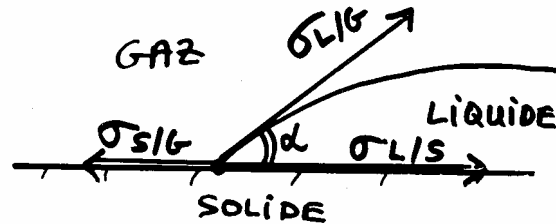
σ = TENSION SUPERFICIELLE

$$\sigma = \frac{dT}{dL} = \frac{\text{FORCE}}{\text{LONGUEUR}}$$

POUR L'EAU à T=20°C

$$\sigma = 73 \text{ dynes/cm}$$

(unités C.G.S.)



2.2.2.2 Hauteur de (re)montée capillaire

Equilibre d'un ménisque eau/air sous l'effet de la tension interfaciale dans un tube "capillaire" (fin) : la hauteur de montée capillaire liquide/gaz dans le tube à l'équilibre est :

$$h_{TUBE} = \frac{2\sigma \cos(\alpha)}{(\rho_{LIQ} - \rho_{GAZ})gr} \quad (\text{loi de Laplace-Jurin-Young})$$

où « r » est le rayon du tube, h_{TUBE} est la position verticale du ménisque dans le tube ($h_{TUBE} > 0$ pour une montée), σ est la tension interfaciale [N/m], et α l'angle de mouillabilité ($\alpha \approx 0$ pour un liquide parfaitement mouillant).

Dans le cas eau/air/verre, on peut prendre $\alpha \approx 0$ et $\rho_{AIR} \ll \rho_{EAU} = \rho$, d'où:

$$h_{TUBE} = \frac{2\sigma}{\rho gr} \cdot \quad (\text{loi de Laplace-Jurin-Young pour le système eau/air dans un tube en verre})$$

Par contre, dans le cas où le liquide est non mouillant, on a une descente capillaire au lieu d'une montée. Ainsi, dans le cas mercure/air/verre, le mercure est parfaitement non mouillant ($\alpha \approx \pi$) et on a descente capillaire ($h_{TUBE} < 0$).

■ **Exemple numérique de montée capillaire eau/air :**

Tension interfaciale eau/air/verre: $\sigma \approx 70 \text{ dynes/cm}$ (unités CGS);

Tube capillaire en verre lisse de **diamètre 100 μm** (cent microns);

Montée capillaire de l'eau : **$h \approx 30 \text{ cm}$** environ.

■ **Démonstration physico-mathématique de la loi de Laplace :
équilibre gravito-capillaire, hauteur capillaire
(équilibre des forces de volume et de contact)...**

...EN CONSTRUCTION : cf. schéma provisoire ci-contre →

LIQUIDE = EAU
 SOLIDE = VERRE LISSE } Angle de contact α nul

point A
 point B

MÉNISQUE

FORCES DE PRESSION:
 $F_P = \pi r^2 \Delta P$
 avec $\Delta P = P_B - P_A$

FORCES DE TENSION SUPERFICIELLE:
 $T = 2\pi r \sigma$ ($\cos \alpha = 1$)

EQUILIBRE $\Rightarrow \pi r^2 \Delta P = 2\pi r \sigma$
 avec $P_A = P_{ATM}$ et $P_B = P_{ATM} - \rho g H$

d'où : $H = 2\sigma / \rho g r$

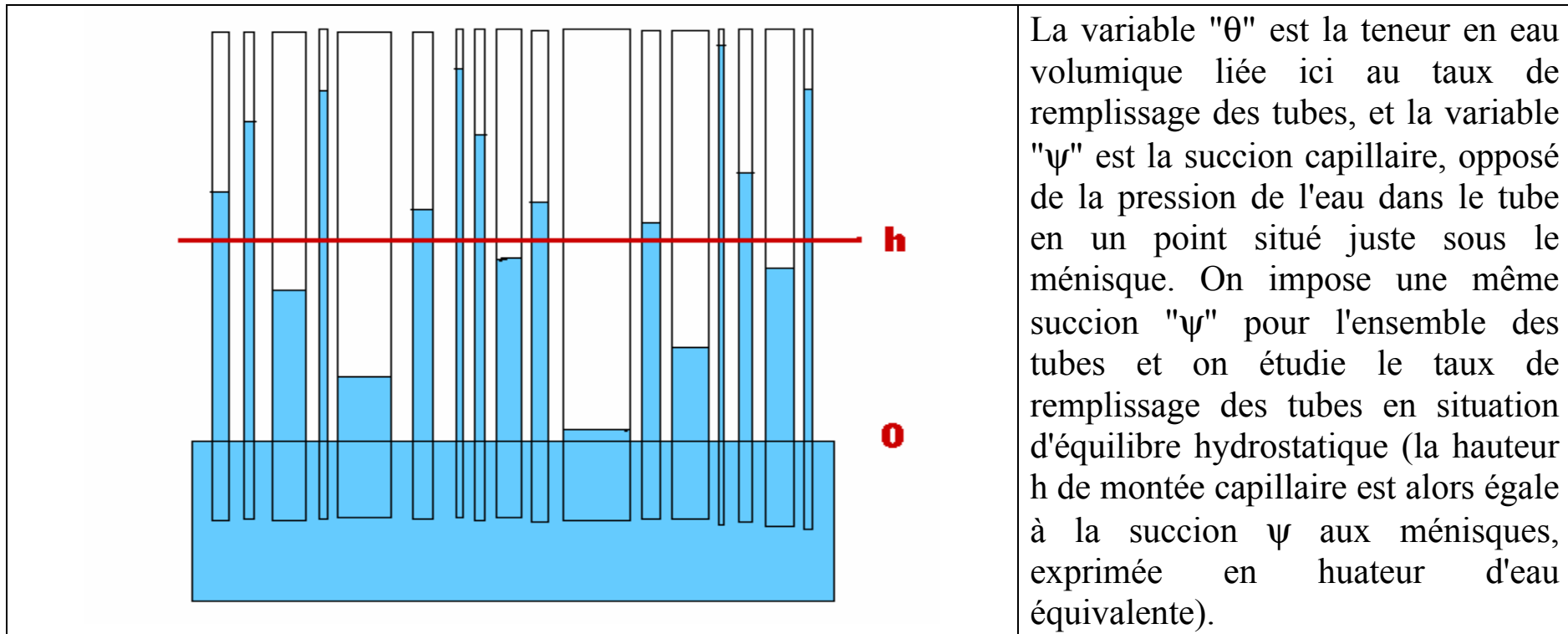
EXEMPLE : TUBE DE DIAMÈTRE 10 μ m $\Rightarrow H = 3$ m

Schéma provisoire : loi de Laplace – hauteur capillaire

2.2.3. Relation pression / teneur en eau, ou "courbe de rétention" d'un milieu poreux

2.2.3.1 Principe d'un modèle « tubes capillaires » de la courbe $\theta(\psi)$

Etant donné un milieu poreux réel, à partir de données macroscopiques telles que la porosité ϕ et la fonction de répartition $F(r)$ des rayons des pores, on propose d'obtenir la courbe de rétention macroscopique $\theta(\psi)$, caractéristique du milieu, en utilisant un modèle simple constitué de tubes capillaires de différents diamètres plongés dans un réservoir d'eau. Note : A défaut de la fonction de répartition des pores, on pourra utiliser la répartition des diamètres de grains (courbe granulométrique cumulée).



2.2.3.2 Calcul de $\theta(\psi)$ par le modèle "tubes capillaires"

La fonction de répartition $F(r)$ est la fraction du nombre de pores de rayons plus petits que "r", soit :

$$F(r) = N(r)/N_{TOT} \quad \text{où } N(r) \text{ est le nombre de pores de tailles } R \leq r.$$

Pour un grand nombre de pores, on approxime la distribution discrète ci-dessus par une distribution continument différentiable. On peut alors définir la **densité** de la distribution des tailles de pores :

$$f(r) = dF/dr.$$

La porosité ϕ est liée à la densité surfacique λ des pores (nombre de pores par unité d'aire transverse aux pores, qui sont ici des « tubes ») :

$$\frac{\phi}{\lambda} = \int_0^{\infty} \pi r^2 f(r) dr$$

La pression interstitielle "h" sous les ménisques est, à l'équilibre, égale à la hauteur de montée capillaire dans un tube, soit (en supposant l'eau parfaitement mouillante pour simplifier) :

$$\dots\dots\dots \quad \text{où } \sigma \text{ est la tension interfaciale [N/m].}$$

On cherche la teneur en eau volumique θ pour chaque valeur de ψ fixée ; on a : $\theta(\psi) = \frac{V_{EAU}(\psi)}{V_{TOTAL}}$.

Le terme $V_{EAU}(\Psi)$ est la quantité d'eau présente dans l'ensemble des tubes pour une succion capillaire ψ donnée. Pour calculer $V_{EAU}(\Psi)$, on utilise la loi de Laplace-Jurin. Pour chaque tube (r), on pose :

$$h(r) = \frac{2\sigma}{\rho g r} \rightarrow R_{CRIT}(h) = \frac{2\sigma}{\rho g h}$$

Pour chaque tube de rayon (r) on sait que :

→ le tube est vide si $r \geq R_{CRIT}(h)$;

→ le tube est plein jusqu'à la hauteur h si $r < R_{CRIT}(h)$.

Ceci permet de calculer le volume d'eau présent dans l'ensemble des tubes, en tenant compte de ceux qui sont vides et de ceux qui sont pleins jusqu'à une hauteur $h(r)$ connue. On obtient ainsi, finalement, la relation $\theta(\psi)$ en fonction de la distribution de tailles de pores, soit :

$$\theta(\psi) = \theta(0) \frac{\int_0^{R_C(\psi)} r^2 f(r) dr}{\int_0^{\infty} r^2 f(r) dr}$$

Application.

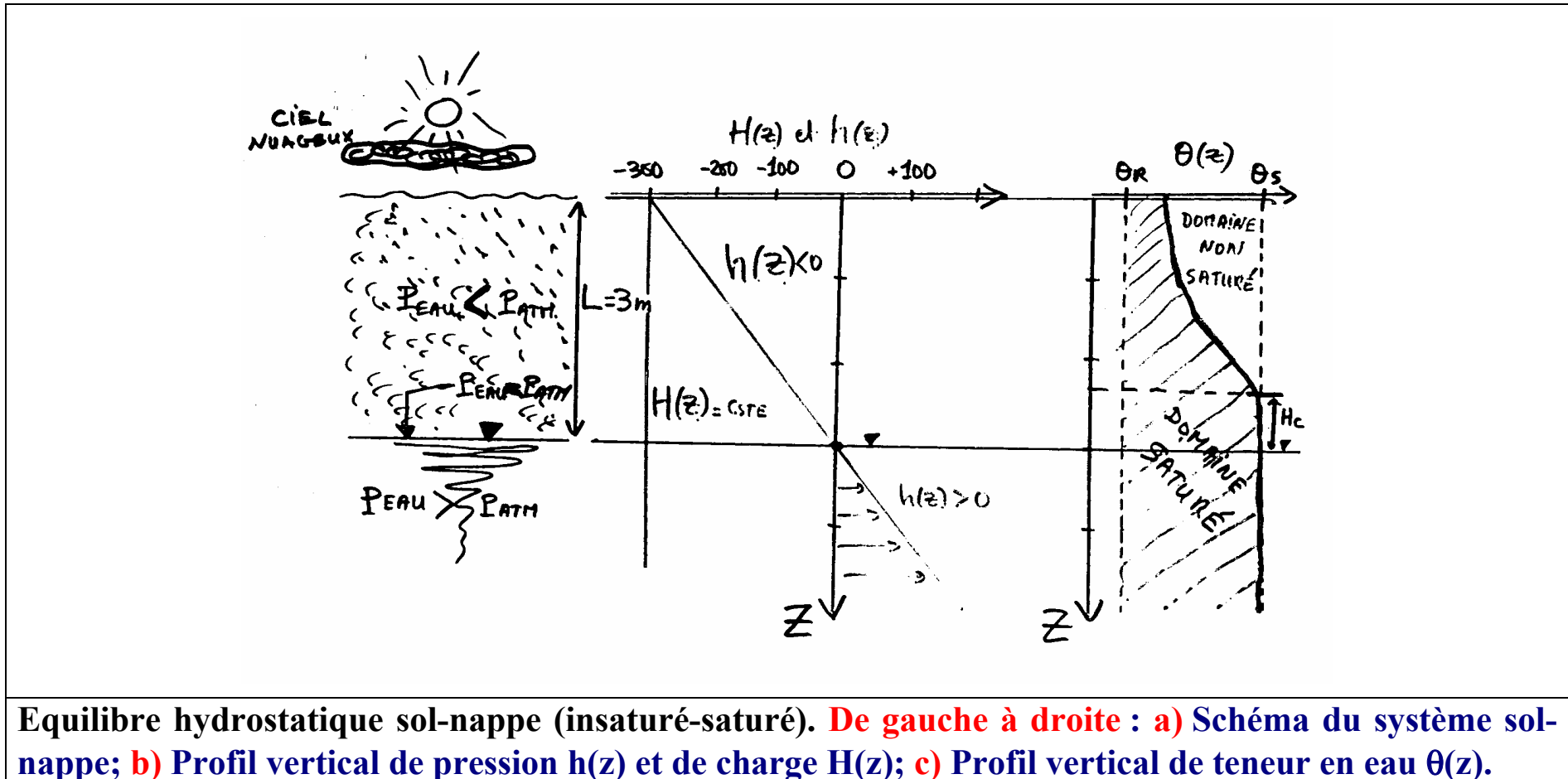
Par exemple, pour une distribution uniforme de tailles de pores entre un min et un max (R_{min} , R_{max}), on obtient explicitement une courbe $\theta(\psi)$ qui décroît en $1/\psi^3$ dans un certain domaine de succions (ψ_{min} , ψ_{max})...

2.2.3.3 Exercice de cours :**calcul de $\theta(\psi)$ pour une distribution uniforme de tailles de pores.**

A titre d'exercice, utiliser le modèle précédent pour calculer et tracer $\theta(\psi)$ dans le cas d'une distribution uniforme de tailles de pores, en prenant par exemple $R_{\text{MIN}} = 0.050$ mm et $R_{\text{MAX}} = 0.500$ mm (question subsidiaire : quel est la texture de ce milieu ?).

2.2.4. Exemples d'équilibres eau/air régi par la capillarité :

2.2.4.1 Système vertical sol-nappe à l'équilibre (ni évaporation ni infiltration)



Interprétation de la figure (ci-dessus ↑).

Ce schéma illustre le cas d'un sol non saturé en équilibre avec la nappe libre sous-jacente : le sol et la nappe sont verticalement hydrostatiques - ce qui n'exclut pas les écoulements quasi-horizontaux (dans la nappe notamment). Ce régime d'équilibre hydrostatique vertical ne peut être atteint qu'en l'absence de transferts verticaux, notamment à la surface du sol (ni évaporation ni infiltration) et au plancher de la nappe (pas de drainance).

Autres remarques :

- ◆ La pression de l'eau interstitielle, $h = (p - p_{\text{ATM}}) / \rho g$, est négative en zone non saturée, positive en zone saturée.
- ◆ Le profil de pression $h(z)$ est linéaire, aussi bien dans la zone non saturée que dans la zone saturée, et la surface libre est définie par $h=0$ ou $p=p_{\text{ATM}}$.
- ◆ La charge hydraulique totale ($H = h - z$ avec $z \downarrow$) est constante ($H_0 = -3\text{m}$), ce qui traduit bien l'absence d'écoulements en hydrostatique.
- ◆ Le profil de teneur en eau hydrostatique $\theta(z)$ peut être obtenu à partir du du profil de pression linéaire $h(z)$ si l'on connaît la relation phénoménologique $\theta(h)$ caractéristique du milieu poreux. On en déduit $\theta(z) = \theta(L + h(z))$ avec ici $L = 3$ mètres.

2.2.4.2 Tensiomètre : instrument de mesure de la succion en sol non saturé

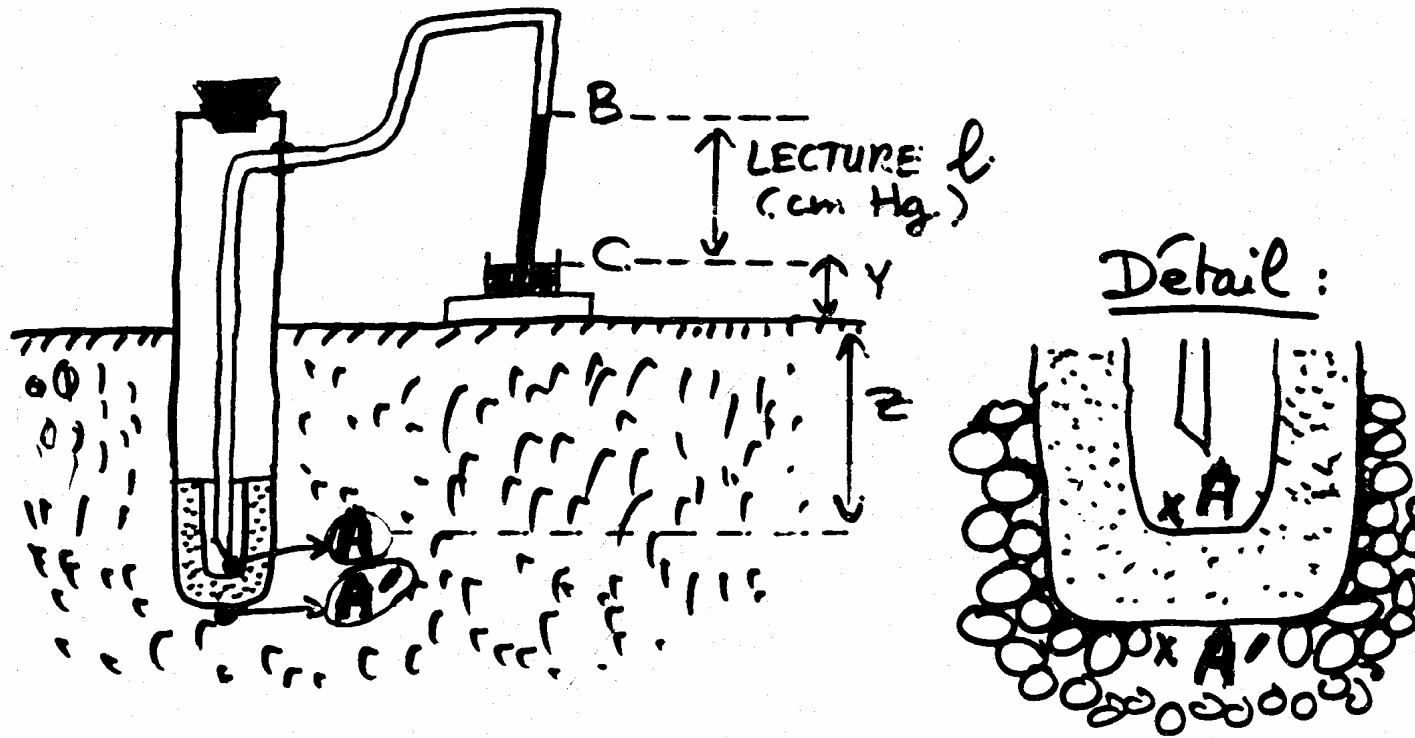


Figure : Tensiomètre à bougie poreuse avec manomètre à mercure.

Principe. Le circuit hydraulique A-B constitué de la canne tensiométrique et du fil capillaire (communément dénommé "spaghetti") doit être maintenu plein d'eau désaérée. La bougie poreuse elle-même doit être saturée en eau désaérée de façon à transmettre la pression interstitielle du sol (A') à l'intérieur de l'instrument (A).

On suppose donc qu'après un temps d'équilibration ¹ : $P_A = P_{A'}$.

Un simple calcul d'hydrostatique montre ensuite que :

$P_B = P_A - \rho_{H_2O} g (z + \ell + Y) ;$ $P_C = P_B + \rho_{Hg} g \ell$ $P_C = P_{ATM} .$	\rightarrow	$h = - \left(\frac{\rho_{Hg} - \rho_{H_2O}}{\rho_{H_2O}} \right) \ell + z + Y$
---	---------------	---

où "ℓ" est la lecture au manomètre à mercure, "z" la profondeur de la bougie du tensiomètre (où on mesure la pression), Y la dénivelée entre surface libre du mercure et surface du sol.

Rappelons que l'on a défini : *Pression* $h \equiv \frac{P_{H_2O} - P_{ATM}}{\rho_{H_2O} g}$ ou : *Succion* $\psi \equiv \frac{P_{ATM} - P_{H_2O}}{\rho_{H_2O} g} = -h$.

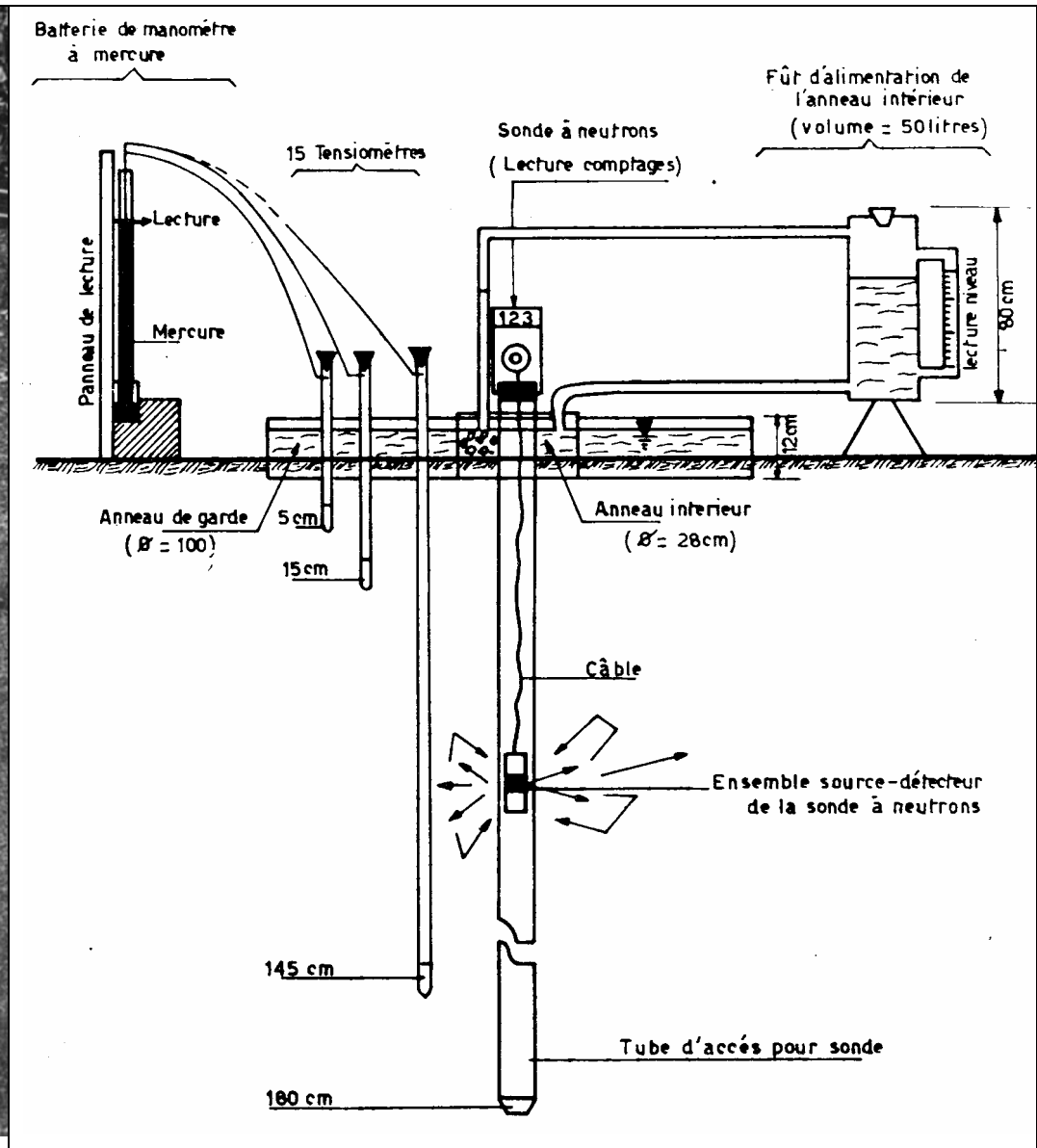
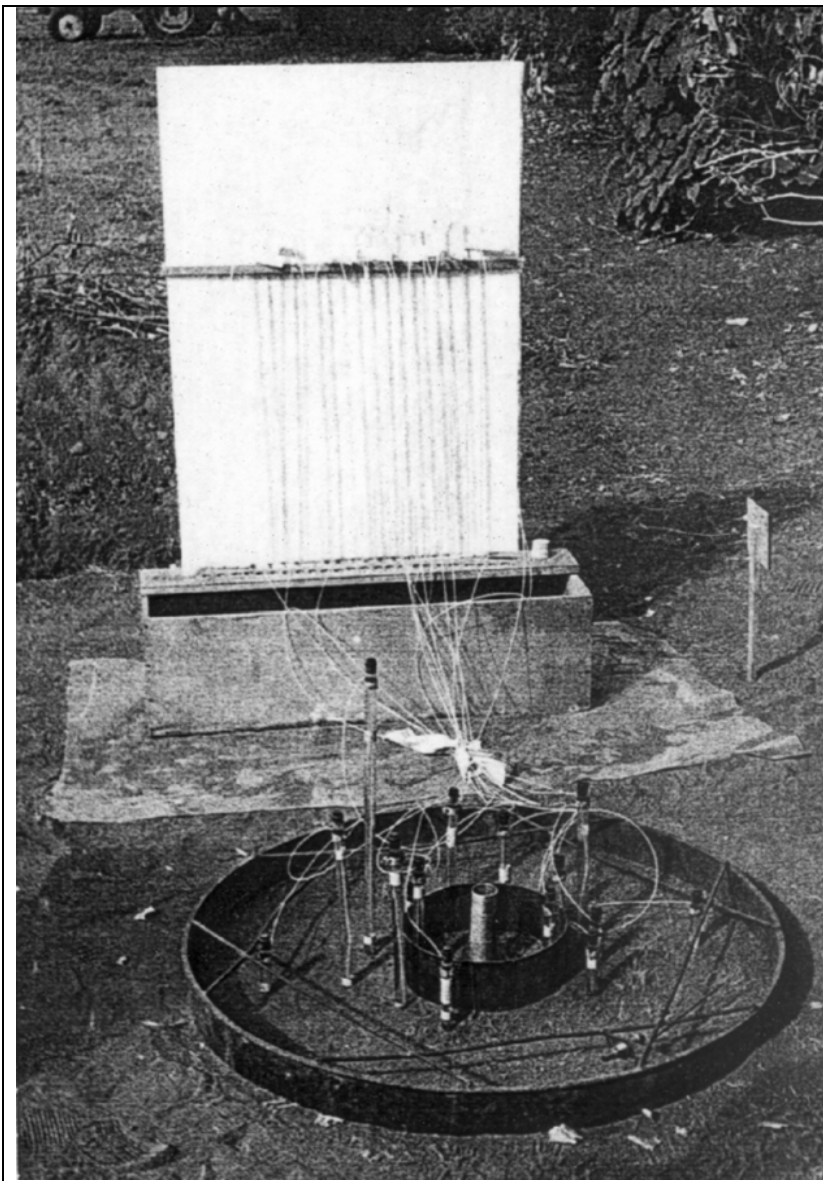
¹ Pour que la mesure soit correcte, il faut que les circuits hydrauliques restent partout continus et sans bulles. Mais on ne peut empêcher que l'instrument se désature par apparition de gaz (air+vapeur) si la pression de l'eau liquide atteint la pression de vapeur saturante. Cet instrument ne peut donc mesurer que des pressions $p > p_{v,sat}$. En pratique cela limite la mesure à un domaine de pressions $h > -8$ m ou de succions $\psi < 8$ m.

Les **deux figures ci-dessous** illustrent l'utilisation des **tensiomètres** pour les mesures de succion, ainsi que d'une **sonde à neutrons** pour les mesures de teneur en eau, lors d'une « manip » de suivi de l'infiltration, de la redistribution, et de l'évaporation dans un sol sableux de la région de Rabat (Maroc).

Les deux figures montrent, respectivement, une photographie et un schéma en coupe du dispositif expérimental, qui comprend :

- ◆ *un infiltromètre à double–anneau concentrique (type Müntz), alimenté par un réservoir à niveau constant.*
- ◆ *des tubes tensiométriques reliés à des manomètres à mercure;*
- ◆ *un tube central d'accès pour sonde à neutrons;*
- ◆ *une sonde à neutron Wallingford 225 Pitman (pas montrée dans la photo ci-contre).*

Source : R.ABABOU 1982 : "Mesure des transferts d'eau dans les sols...".



2.2.5. Phénomènes de compressibilité

SECTION EN CONSTRUCTION -- Voir plus loin : éqs d'écoulement en milieu compressible →

2.2.5.1 Compressibilité de l'eau, de la matrice poreuse, d'un milieu poreux saturé, (et coefficient d'emmagasinement spécifique d'un aquifère confiné).¹

2.2.5.2 Compressibilité et coefficient barométrique d'un aquifère.

2.2.5.3 Compressibilité et subsidence (Venise, Shanghai, Mexico...)

2.2.5.4 Compressibilité et théorie de la consolidation (géotechnique).

¹ NB : Cette section doit renvoyer à une *ANNEXE* sur la notion de contrainte effective (Terzaghi), et plus généralement, aux problèmes d'hydromécanique et de poro-élasticité (théorie de Biot) en hydrogéologie...

2.3. Hydrodynamique des Milieux Poreux (Perméabilité, Darcy)

- **Planche introductive : Ci-joint fac-similé de la 1^{ère} page de l'ouvrage de *H. DARCY, 1856* →**

- **Historique de la loi de Darcy (Henry DARCY) : ←(SOUS-SECTION EN CONSTRUCTION)**
 - les fontaines publiques de Dijon
 - les observations / conduites et filtres à sables ← (cf. prairie des filtres de Toulouse)
 - les expériences systématiques / colonnes de sable

LES
FONTAINES PUBLIQUES

DE LA VILLE DE DIJON

EXPOSITION ET APPLICATION
DES PRINCIPES A SUIVRE ET DES FORMULES A EMPLOYER

DANS LES QUESTIONS

DE

DISTRIBUTION D'EAU

OUVRAGE TERMINÉ

PAR UN APPENDICE RELATIF AUX FOURNITURES D'EAU DE PLUSIEURS VILLES

AU FILTRAGE DES EAUX

ET

A LA FABRICATION DES TUYAUX DE FONTE, DE CLOND, DE TOLE ET DE BÉTON

PAR

HENRY DARCY

INSPECTEUR GÉNÉRAL DES PONTS ET CHAUSSÉES.



La bonne qualité des eaux étant une des choses qui contribuent le plus à la santé des citoyens d'une ville, il n'y a rien à quoi les magistrats aient plus d'intérêt qu'à entretenir la salubrité de celles qui servent à la boisson commune des hommes et des animaux, et à prévenir les accidents par lesquels ces eaux pourraient être altérées, soit dans le lit des fontaines, des rivières, des ruisseaux où elles coulent, soit dans les lieux où sont conservés celles qu'on se livre, soit enfin dans les points d'abaissement des sources.

(De Fontaine, Hist. de l'Académie royale des sciences, 1782, p. 331.)

PARIS

VICTOR DALMONT, ÉDITEUR,

Successor de Carilian-Gœury et V^o Dalmont,

LIBRAIRE DES CORPS IMPÉRIAUX DES PONTS ET CHAUSSÉES ET DES MINES,
Quai des Augustins, 40.

1856

Dans cet ouvrage d'environ **650 pages**, la partie concernant les lois d'écoulement en milieux poreux (filtres à sables) se trouve dans une note annexe, la **Note D : "Filtrage", Section 2: "Filtration naturelle" (p.586)**, et en particulier au **3^{ème} sous-titre : "Détermination des lois de l'écoulement de l'eau à travers le sable"**.

Environ une quinzaine de pages seulement sont consacrées à ce thème. Il y est rendu compte d'expériences d'écoulement sur des colonnes de sable. La loi d'écoulement proposée est une proportionnalité entre le débit (ou la vitesse de filtration) et la pente de la ligne de charge (le gradient hydraulique).

2.3.1. Loi de Darcy et perméabilité

Loi de Darcy pour les écoulements monophasiques en milieux poreux homogènes ou hétérogènes, isotropes ou anisotropes.

i) Loi de Darcy monophasique et isotrope

En terme de pression totale $P = p + \rho g z$, avec l'axe z vertical *pointant vers le ciel* :

$$(1) \quad \vec{q} = -\frac{k}{\mu} \vec{\nabla} P$$

Si le fluide est incompressible et homogène en densité, on peut aussi exprimer ceci en terme de **charge hydraulique H** , définie comme suit :

$$(*) \quad H = \frac{p + \rho g z}{\rho g} + \text{constante.} \quad [\text{avec l'axe } z \text{ vertical } \textit{pointant vers le ciel}]:$$

La loi de Darcy s'écrit alors, en terme de charge H :

$$(2) \quad \vec{q} = -K \vec{\nabla} H \quad \text{avec :} \quad (3) \quad K = \frac{\rho g}{\mu} k \quad \text{ou encore} \quad K = \frac{g}{\nu} k.$$

Il est judicieux de choisir comme constante la valeur $(-p_{ATM} / \rho g)$, d'où finalement :

$$(**) \quad H = \frac{(p - p_{ATM})}{\rho g} + z, \text{ ou encore : } H = h + z \text{ avec } h = \frac{(p - p_{ATM})}{\rho g}.$$

Avec ce choix, la **charge hydraulique H** coïncide avec la cote de la surface libre d'une nappe, ceci quel que soit le niveau de référence utilisé pour l'altitude z .

Par conséquent, dans l'équation (**), H représentera la **cote piézométrique** d'une nappe qu'elle soit confinée¹ ou non confinée².

Enfin, la hauteur d'eau h représente la **pression interstitielle de l'eau** par rapport à la pression atmosphérique³.

¹ *Nappe confinée* : « H » représente la pression totale dans la nappe au point considéré.

² *Nappe libre* : « H » représente à la fois la pression totale dans la nappe et la cote de la surface libre de la nappe, ceci dans l'hypothèse des écoulements plans verticalement hydrostatique (voir plus loin).

³ *Pression « h »* : en notant « p » la pression interstitielle de l'eau, on définit par commodité la « pression » $h = (p - p_{AIR}) / \rho g$, qui est plus précisément la pression capillaire eau/air, utilisée comme variable d'état pour les écoulements d'eau insaturés au-dessus de la nappe (voir plus loin).

Dans toutes ces équations, les variables ont les dimensions suivantes en unités du Système International [*les autres unités étant entre crochets*] :

q = vecteur densité de flux en $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}^2$, c'est-à-dire en m/s ;

P = pression totale en Pascals (Pa ou N/m^2);

H = charge hydraulique en m;

k = perméabilité intrinsèque du milieu poreux en m^2 [*ou bien en Darcy*];

μ = viscosité dynamique en $\text{kg}/(\text{m}\cdot\text{s})$ ou $\text{N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ [*ou centi-Poises cP*];

ν = viscosité cinématique en m^2/s [*ou bien en centi-Stokes cSt*];

g = accélération de la gravité = $9.81 \text{ m}/\text{s}^2$;

ρ = densité ou masse volumique, en kg/m^3 ;

K = conductivité (hydraulique) en m/s .

ii) Viscosités et perméabilités

La **viscosité dynamique** μ est en $[\text{N.s/m}^2]$, ou encore $[\text{kg}/(\text{m.s})]$ en utilisant le fait que 1 Newton est égal à $[1 \text{ kg.m/s}^2]$ par l'hypothèse d'équivalence entre masse inerte et masse pesante. On peut aussi penser à la loi de comportement d'un fluide Newtonien visqueux :

$$\tau = - \mu dV/dy ,$$

où τ est une contrainte et V une vitesse. On peut utiliser aussi le centi-Poise (cP) pour μ :

$$1 \text{ cP} = 10^{-3} \text{ N.s/m}^2 \text{ ou } \text{kg}/(\text{m.s})$$

La **viscosité cinématique** ν ($\nu = \mu/\rho$) est en $[\text{m}^2/\text{s}]$. On peut aussi utiliser le centi-Stokes (cSt):

$$1 \text{ cSt} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

Pour l'eau liquide à pression standard et à $T=15.5^\circ\text{C}$, par exemple, on a approximativement:

$$\begin{aligned} \rho &= 10^{+3} \text{ kg/m}^3 ; \\ (4) \quad \mu &= 1.124 \text{ cP} = 1.124 \cdot 10^{-3} \text{ kg}/(\text{m.s}) ; \\ \nu &= 1.124 \text{ cSt} = 1.124 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \end{aligned}$$

En insérant (4) dans l'équation (3), on obtient la conductivité hydraulique K en unités S.I :

$$(5) \quad \mathbf{K} = 0.873 \cdot 10^{+7} \mathbf{k} , \quad \text{où } K \text{ en m/s, et } k \text{ est la perméabilité exprimé en } \text{m}^2.$$

NB : K est la conductivité hydraulique du milieu poreux pour l'eau à la température $T=15.5^\circ\text{C}$, tandis que k est la perméabilité *intrinsèque* du milieu poreux (la loi de Darcy suppose k indépendante du fluide).

iii) Le « Darcy » comme unité de perméabilité:

La conductivité hydraulique d'un sable est généralement de l'ordre de 10^{-5} m/s, soit une perméabilité intrinsèque de l'ordre de 10^{-12} m². Historiquement, on a utilisé une autre unité de perméabilité, le Darcy, encore utilisée aujourd'hui et définie comme suit¹ :

Le Darcy est la perméabilité d'un milieu poreux tel que l'écoulement d'un fluide de viscosité dynamique $\mu = 1$ cP sous gradient de pression totale $\text{Grad } P = 1$ atmosphère/cm, provoque une densité de flux $q = 1$ cm/s.

En appliquant la loi de Darcy (1), et en notant qu'une pression d'une atmosphère correspond à 1033 cm d'eau ou 1013 mBars, soit $1.013 \cdot 10^5$ Pa, on obtient finalement :

$$1 \text{ Darcy} = 0.9866 \cdot 10^{-8} \text{ cm}^2 = 0.9866 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2$$

iv) Exemples (conductivité hydraulique, perméabilité intrinsèque)

- Pour l'eau à $T = 15.5^\circ\text{C}$, un sable de **conductivité hydraulique** : $K \approx 10^{-5}$ m/s
a une **perméabilité intrinsèque** : $k \approx 10^{-12}$ m² ≈ 1 Darcy.
- **Exercice.** Une carotte prélevée dans une formation géologique a une perméabilité 0.01 Darcy, d'après une mesure en laboratoire effectuée par une compagnie pétrolière. **Quelle est la conductivité hydraulique de la carotte? Réponse:** $K \approx 0.9 \cdot 10^{-7}$ m/s. Ce milieu n'est pas très perméable comme "aquifère", mais du point de vue pétrolier, il est *relativement* perméable à petite échelle...

¹ Il s'agit en fait de la seconde définition : un autre « Darcy » historiquement antérieur fixait le gradient à une mégabarye, soit 1019 cm d'eau (d'après L.SANTON, 1973).

v) Relation entre perméabilité et granulométrie (formules de Kozeny-Karman)

Version générale, d'après application de la loi de COUETTE-POISEUILLE pour l'écoulement laminaire entre 2 plaques, dans des tubes, etc [cf. R.A. 1994/95/96 TD KOZENY-KARMAN] :

$$\Rightarrow k_R \approx C_F \cdot \frac{\phi^3}{\sigma^2} \quad [m^2]$$

C_F = paramètre de forme d'ordre $O(1)$.

ϕ = porosité $[m^3/m^3]$

σ = surface spécifique des pores (ou des grains) en $[m^2/m^3]$

Version spécialisée pour assemblage monodisperse de grains sphérique de diamètre constant (d_{GRAIN}); c'est la formule de KOZENY :

$$\Rightarrow k_R \approx \frac{1}{72} \cdot \frac{\phi^3 d_{\text{GRAIN}}^2}{(1-\phi)^2} \quad [m^2]$$

NB : Pour le diamètre de grain (d_{GRAIN}), prendre de préférence la moyenne harmonique des diamètres, à partir de la distribution expérimentale des diamètres de grains (courbe granulométrique)...

Suite... Formules de Kozeny-Karman (ou Carman)**Rappel : k = perméabilité intrinsèque en m^2 (sauf si spécifié autrement).**

$$k = \frac{d_m^2}{180} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \leftarrow \text{(from: Bear 1972/1988 : Section "Kozeny-Carman": Eq.(5.10.18))}$$

 d_m = diamètre moyen (sphère équivalente) ϕ = porosité

$$k = \frac{d_g^2}{36h_K} \frac{\phi^3}{(1-\phi)^2} \leftarrow \text{(from : J.C.Charpentier, Les Tech. de l'Ingénieur, 2003)*}$$

 d_g = diamètre moyen (sphère équivalente) h_K = constante de Kozeny de l'ordre de 5 à 10 ou même plus (*voir ci-dessous*)...*Constante de Kozeny h_K :*

- pour des « empilages » (*sic*) de grains isométriques avec des porosités n'excédant pas 0.7 à 0.8 : $h_K = 4.5 \pm 1.5$ et en pratique 5 ;
- pour des « empilages » (*sic*) de fibres à porosité plus élevée, $h_K = 9$ pour $e = 0.94$ et $h_K = 22$ pour $e = 0.99$.

vi) Extension au cas anisotrope : loi de DARCY tensorielle (BREF RESUME)

La loi de DARCY pour un milieu anisotrope s'écrit :

$$\mathbf{q} = -\underline{\underline{\mathbf{K}}} \text{grad}H$$

ou encore, avec la notation d'Einstein (somme implicite sur les indices répétés) :

$$q_i = -K_{ij} \frac{\partial H}{\partial x_j}$$

où (K_{ij}) est un tenseur d'ordre 2 symétrique défini positif ($\mathbf{K} > \mathbf{0}$).

Remarques.

- La perméabilité est en général anisotrope lorsque le milieu a une structure anisotrope (couches, strates, **fractures**, etc). → *le cas des réseaux de fractures est traité ci-dessous...*
- La perméabilité ($K_{//}$) parallèle aux strates est en général plus grande que la perméabilité (K_{\perp}) perpendiculaire aux strates. Cela peut être démontré rigoureusement pour un *milieu multicouche parfait* (moyenne arithmétique pour $K_{//}$, moyenne harmonique pour K_{\perp}).
- Pour plus de détails, voir *ANNEXE (ci-jointe)* sur le *tenseur de perméabilité* anisotrope, la *perméabilité directionnelle*, et *l'ellipsoïde de perméabilité*.

Cas des roches fracturées : perméabilité de réseaux de fractures

On présente ici brièvement certains résultats de la méthode simplifiée de Snow-Kiraly pour calculer la perméabilité moyenne (en grand) d'un massif rocheux fracturé [voir : R.A. NUREG Report 1991 ; R.A. et al. 1994 ; et RA :MP9899SSH_EX].

➤ Réseau constitué d'une seule famille de fractures parallèles

- Soit α l'angle des fractures avec l'axe Ox : $\mathbf{u} = (\cos\alpha, \sin\alpha)$, $\mathbf{n} = (-\sin\alpha, \cos\alpha)$.
- Soit D l'espacement entre fractures (on suppose que $D \gg b$).
- Soit N le nombre de fractures considérées (on suppose N grand : $N \gg 1$).
- Posons de plus $L \approx ND$, échelle de longueur caractéristique du domaine.
- En appliquant la formule générale (6), la conductivité hydraulique globale du système de fractures parallèles est un tenseur qui s'exprime comme suit dans le repère (Ox,Oy) :

$$[K_{ij}] = \begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} \\ K_{YX} & K_{YY} \end{bmatrix} = K_0 \begin{bmatrix} \cos^2 \alpha & \cos \alpha \sin \alpha \\ \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha \end{bmatrix} \text{ avec } K_0 = \frac{g}{12\nu} \frac{b^3}{D} \quad (8)$$

➤ **Réseau constitué de deux familles orthogonales de fractures parallèles**

On obtient de même, en appliquant (6) ou en généralisant l'équation (8) par simple superposition, et en se plaçant dans un repère (Ox,Oy) aligné avec les fractures :

$$\begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} \\ K_{YX} & K_{YY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{=} & 0 \\ 0 & K_{II} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_2 & 0 \\ 0 & K_1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

K_{II} est la conductivité de la famille de fractures N°1, verticales, parallèles à Y ;

$K_{=}$ est la conductivité de la famille de fractures N°2 horizontales, parallèles à X ;

$$K_1 = \frac{g}{12\nu} \frac{(b_1)^3}{D_1} \quad K_2 = \frac{g}{12\nu} \frac{(b_2)^3}{D_2} \quad (10)$$

On voit que l'anisotropie de K_{ij} peut être due soit aux différentes ouvertures, soit aux différents espacements des fractures horizontales-verticales.

On voit aussi que les conductivités et le rapport d'anisotropie ($K_{=} / K_{II}$) sont plus sensibles à l'ouverture des fractures qu'à la densité de fracturation.

➤ **Réseau constitué de deux familles non-orthogonales de fractures parallèles**

On reprend les conductivités scalaires définies ci-dessus en (10). Ici K_1 et K_2 désignent les conductivités scalaires des familles de fractures N°1 et N°2, qui forment avec l'axe Ox un angle de $+\alpha$ et $-\alpha$, respectivement. On obtient, en appliquant (6) à ce système :

$$\begin{bmatrix} K_{XX} & K_{XY} \\ K_{YX} & K_{YY} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (K_1 + K_2)\cos^2 \alpha & (K_1 - K_2)\cos \alpha \sin \alpha \\ (K_1 - K_2)\cos \alpha \sin \alpha & (K_1 + K_2)\sin^2 \alpha \end{bmatrix} \quad (11)$$

De plus, l'inclinaison β du repère principal par rapport à (Ox,Oy) est donnée par :

$$\tan(2\beta) = \frac{K_1 - K_2}{K_1 + K_2} \tan(2\alpha) \quad (12)$$

En particulier, on voit que si $K_1 = K_2$ alors K_{ij} devient diagonal et ceci \forall l'angle α .

Considérons enfin le cas $\alpha=\pi/4$: les deux familles sont alors orthogonales car elles font entre elles un angle $2\alpha=\pi/2$. On trouve alors que le repère principal est aligné avec les fractures ($\beta=\alpha$), et l'on est ramené au cas précédent (réseau orthogonal).

➤ **Figures et Schémas pour la Perméabilité Tensorielle d'un Massif Fracturé**

- **Projection du vecteur gradient J sur une fracture individuelle « f » (d'après R.A. 1991)**
- **Réseau orthogonal: deux familles orthogonales de fractures (d'après R.A. 1991)**
- **Réseau non-orthogonal: deux familles non-orthogonales de fractures (d'après R.A. 1991)**

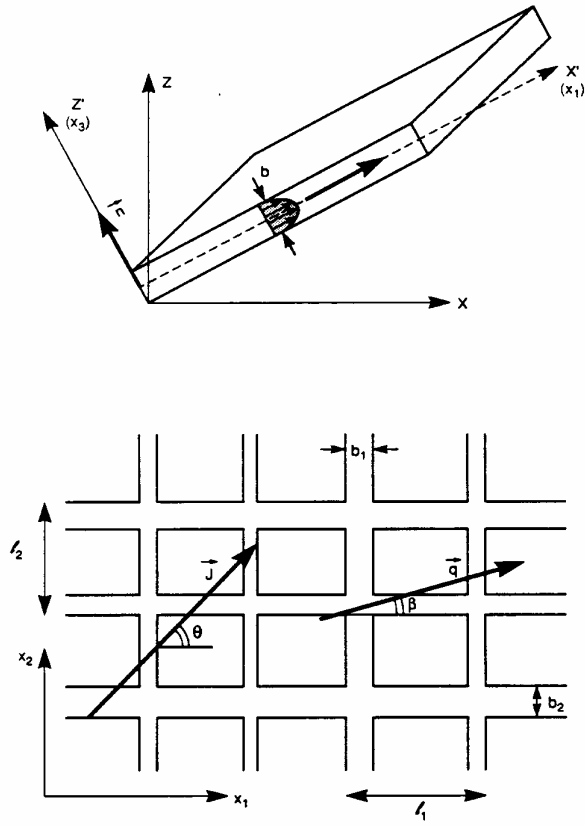


Figure 4-1. Parallel plate model of single fracture (above) and orthogonal array fractures (below)

4.5

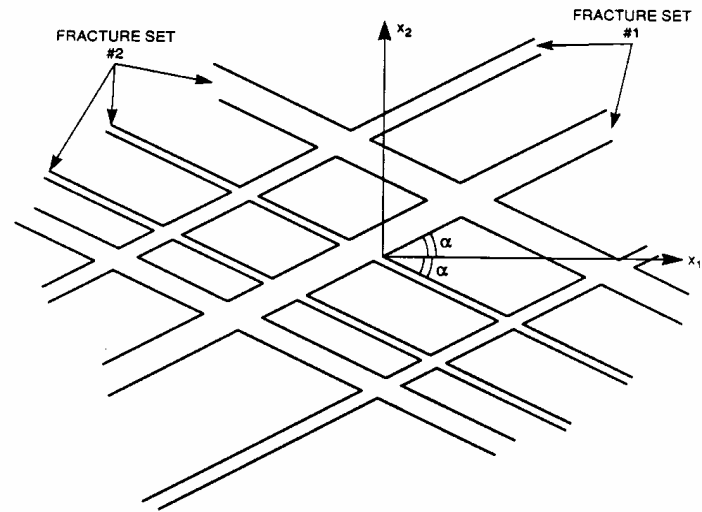
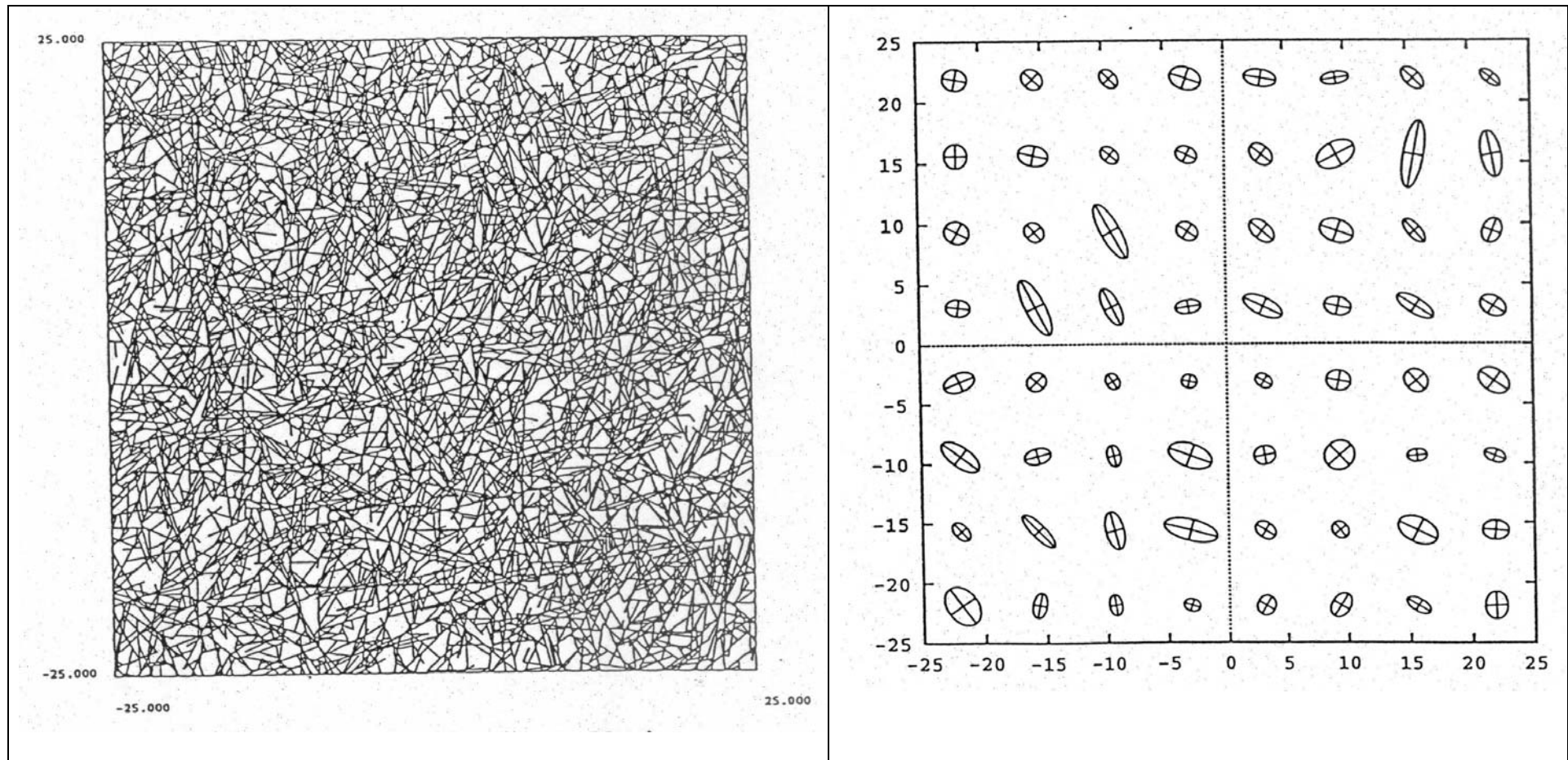
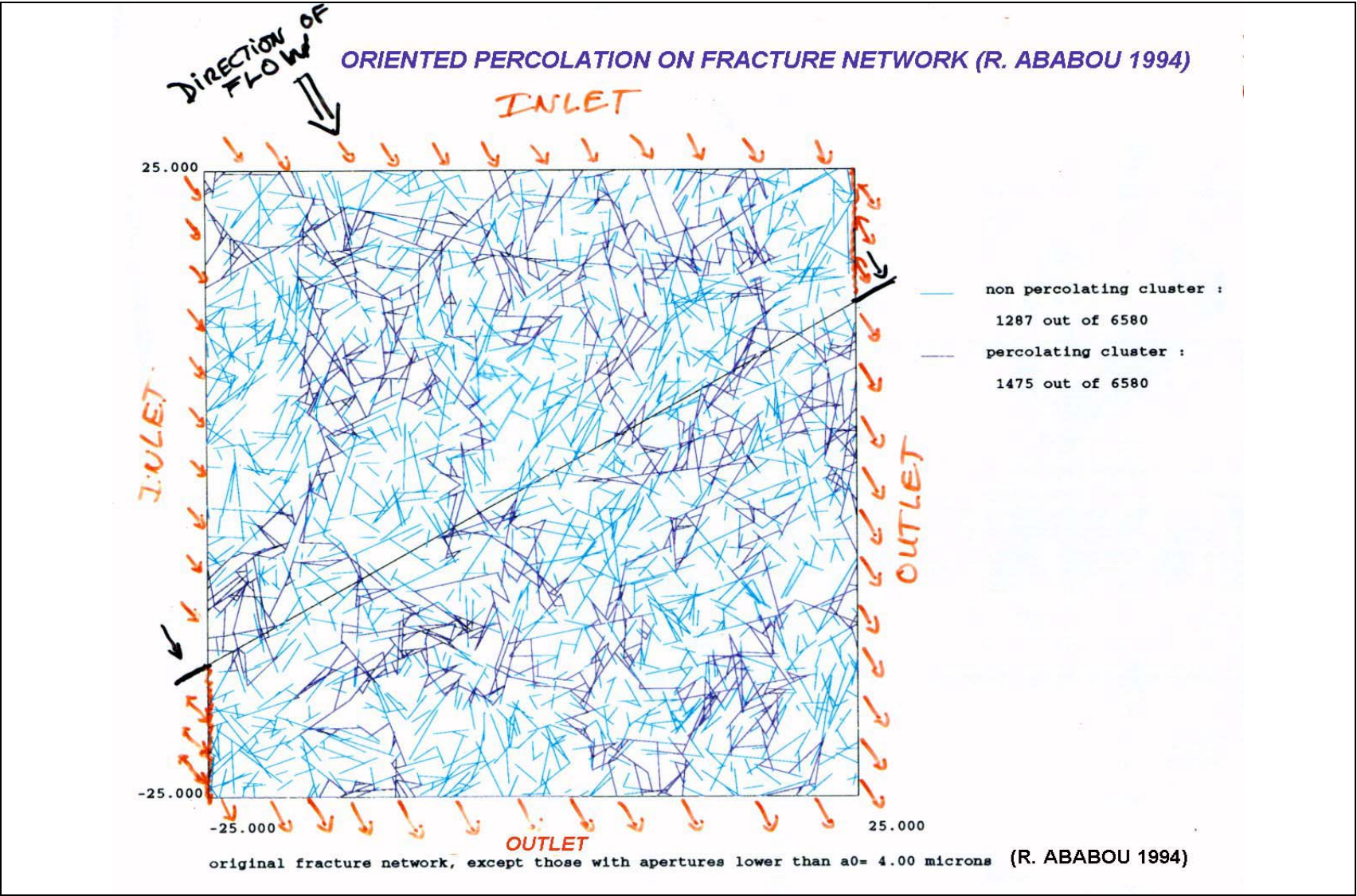


Figure 4-2. Two non-orthogonal sets of parallel fractures with variable apertures and spacings

4-10



Réseau plan de fractures (environ 7000 fractures) et les perméabilités tensorielles équivalentes du domaine divisé en 64 sous-blocs (les K_{ij} sont représentées par les ellipses d'anisotropie). [source : R.A. et al. 1994]



➤ **Ordre de grandeur de la perméabilité d'une roche fracturée.**

On supposera ici que la roche non fracturée (intacte) est très peu perméable. On veut évaluer la perméabilité scalaire de la roche fracturée en utilisant les données d'une famille de fractures (ou encore, un ensemble de fractures \pm isotropes). La conductivité hydraulique scalaire correspondante est donnée par:

$$K_0 = \frac{g}{12\nu} \frac{b^3}{D} \quad (\text{loi cubique pour la relation perméabilité-ouverture})$$

Ordres de grandeurs typiques pour des roches fracturées :

$$b = 0.100 \text{ mm} = 10^{-4} \text{ m} \quad \leftarrow \text{ouverture moyenne des joints de fracturation}$$

$$D = 1 \text{ m} \quad \leftarrow \text{espacement moyen des fractures}$$

$$\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad \leftarrow \text{viscosité cinématique de l'eau}$$

➔ $K_0 = \frac{g}{12\nu} \frac{b^3}{D} = ?$ Réponse : 10^{-6} m/s

Cette valeur de perméabilité K_0 est assez importante, pour un massif rocheux : elle est en effet comparable à celle d'un sable fin ou limoneux. Mais ce « K_0 » est très sensible à b :

- Si b baisse de 0.1 mm à 0.01 mm, K_0 baisse de 10^{-6} à 10^{-9} m/s (faible mais détectable).
- Si b augmente de 0.1 mm à 1 mm, K_0 augmente de 10^{-6} à 10^{-3} m/s (très élevée).

Loi de perte de charge quadratique aux « grandes » vitesses (Ergun-Forchheimer-Ward) et, plus généralement, loi linéaire-quadratique (Darcy + Ergun-Forchheimer-Ward)

1. Formulation "hydrogéologique"

$\left(1 + C \sqrt{\frac{\rho K}{g\mu}} \vec{q} \right) \vec{q} = -K \vec{\nabla} H$	<p>C=0.55 (adim.) lié à la "constante d'Ergun".</p> <p>H = charge hydraulique (mètres)</p> <p>K = conductivité hydraulique (m/s).</p> <p>\vec{q} = vecteur densité de flux (m/s, c'est-à-dire m³/s par m²).</p> <p>\vec{V} = vecteur vitesse vraie (m/s) -- voir plus bas.</p>
---	--

2. Formulation "mécanique des fluides":

$\left(1 + C \frac{\rho}{\mu} \sqrt{k} \vec{q} \right) \vec{q} = -\frac{k}{\mu} \vec{\nabla} P$ <p>(C ~ 1 : constante d'Ergun adim.)</p>	<p>Perméabilité intrinsèque k (m²), liée à la conductivité hydraulique K (m/s) par</p> $K = \frac{\rho g}{\mu} k$ <p>Pression interstitielle p, et pression totale P, liées à la charge hydraulique H par</p> $P = (p - p_{atm}) + \rho g z = \rho g H$ <p>(avec l'axe z orienté vers le haut)</p>
---	--

3. **Vitesse** : La vitesse "vraie" V est liée à la densité de flux q par la porosité ϕ : $\vec{q} = \phi \vec{V} \Rightarrow \vec{V} = \frac{1}{\phi} \vec{q}$.

2.3.2. *Perméamétrie*

Mesures de perméabilité, perméamètres, essais in-situ.

Perméamétrie :

- **perméamètres de laboratoire → cf. TD1**
- **tests de terrain → exos et études sur les tests de puits → cf. TD3**

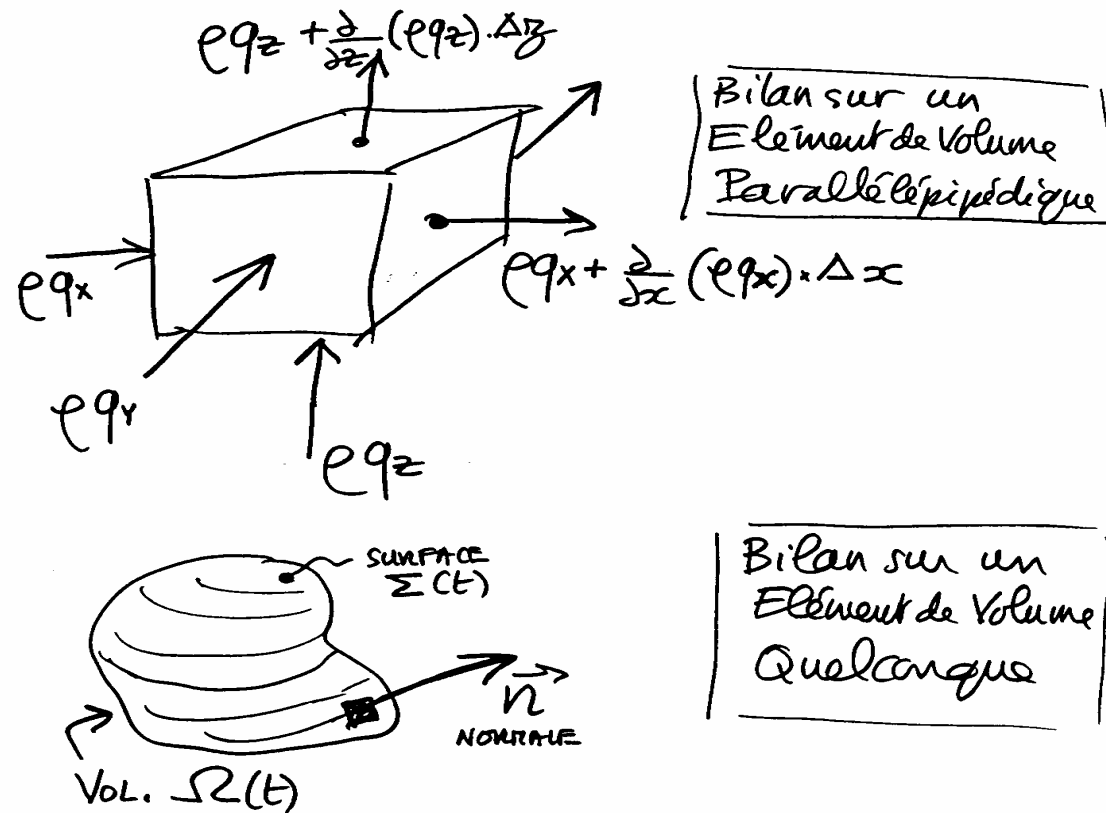
(SECTION EN CONSTRUCTION)

2.3.3. Equations locales d'écoulements en MP.

Résumé: Développement des équations locales d'écoulements en milieux poreux 3D à partir de lois de conservation et de la loi de Darcy (cas des milieux saturés compressibles ou non, et cas des milieux non saturés). Noter que les équations développées ici sont "locales" dans le sens où elles s'appliquent ponctuellement en tout point de l'espace 3D (partout où le milieu et les variables d'état sont continus). Nous formulons d'abord le principe de conservation de masse ou encore (pour un fluide faiblement compressible tel que l'eau) la conservation du volume fluide ; puis nous utilisons la loi de Darcy qui donne la relation entre flux et gradient de pression.

2.3.3.1 Conservation de masse

La quantité à conserver étant la masse, et le milieu poreux étant généralement insaturé, la masse du fluide s'écrit, pour tout volume de contrôle Ω : (1) Masse $M(t) = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \rho \theta d\omega(\mathbf{x})$.



Dans l'intégrale de masse, ρ représente la masse volumique de l'eau, $\theta(\mathbf{x})$ la teneur en eau volumique, $d\omega$ un élément de volume et $\mathbf{x} \in \mathbf{IR}^3$. Si le milieu est saturé, prendre $\theta = \phi$ (porosité). L'équation globale de conservation de masse sans termes sources massiques est:

$$(2) \quad \frac{dM}{dt} = 0, \text{ où } d\bullet/dt \text{ représente la dérivée matérielle, en suivant le mouvement du fluide.}$$

En insérant l'intégrale (1) dans (2), on obtient après calculs (...) ¹ :

$$(3) \quad \frac{dM}{dt} = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \frac{\partial(\rho\theta)}{\partial t} d\omega(\mathbf{x}) - \int_{\mathbf{x} \in \Sigma} \rho\theta (\mathbf{V} \bullet \mathbf{n}(\mathbf{x})) d\sigma(\mathbf{x}) = 0 \quad (\text{dM/dt en kg/s})$$

où Σ représente la surface (frontière) du volume Ω , $d\sigma(\mathbf{x})$ un élément de surface en tout point frontière $\mathbf{x} \in \Sigma$, $\mathbf{V}(\mathbf{x},t)$ le champ de vitesse du fluide, et $\mathbf{n}(\mathbf{x})$ la normale extérieure en tout point de la frontière du domaine considéré. NB : il y a un signe (-) devant la seconde intégrale car \mathbf{n} est une normale extérieure : on aurait par contre un signe (+) si la normale était intérieure.

$\int_{\mathbf{x} \in \Omega} \frac{\partial(\rho\theta)}{\partial t} d\omega(\mathbf{x})$	Cette intégrale représente la variation locale instantanée de masse dans le volume Ω - variation de masse eulérienne ne tenant pas compte du mouvement éventuel du fluide même si le volume de contrôle est mobile.
$\int_{\mathbf{x} \in \Sigma} \rho\theta (\mathbf{V} \bullet \mathbf{n}(\mathbf{x})) d\sigma(\mathbf{x})$	Cette intégrale représente la variation de masse due au flux de masse net à travers la surface Σ (différence entre "ce qui entre" et "ce qui sort").

¹ Voir Annexe (...), voir aussi les cours de Mécanique des Fluides et de Mécanique des Milieux Continus, ou encore (entre autres) l'ouvrage de GERMAIN ET MULLER, 1986 : "Introduction à la mécanique des milieux continus", Masson, Paris.

La formule de GREEN, dite "*flux-divergence*", permet d'exprimer l'intégrale de surface sur la frontière (Σ) en une intégrale de volume dans le domaine (Ω) :

$$(4) \quad \int_{\mathbf{x} \in \Sigma} \rho \theta (\mathbf{V}(\mathbf{x}, t) \bullet \mathbf{n}(\mathbf{x})) d\sigma(\mathbf{x}) = \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \text{div}(\rho \theta \mathbf{V}(\mathbf{x}, t)) d\omega(\mathbf{x})$$

$$(5) \quad \int_{\mathbf{x} \in \Omega} \left\{ \frac{\partial(\rho \theta)}{\partial t} + \text{div}(\rho \theta \mathbf{V}(\mathbf{x}, t)) \right\} d\omega(\mathbf{x}) = 0 .$$

Cette intégrale de volume est nulle $\forall t$ fixé, et ceci pour tout volume Ω_0 , et aussi, pour tout volume matériel $\Omega(t)$ obtenu à partir d'un volume initial $\Omega(t_0)$ donné.

En particulier on peut faire tendre Ω vers un volume infinitésimal, par exemple si Ω est un parallélépipède : $\Omega \rightarrow dx dy dz$. On en déduit finalement l'EDP :

$$(6) \quad \frac{\partial(\rho \theta)}{\partial t} + \text{div}(\rho \theta \mathbf{V}(\mathbf{x}, t)) = 0 \quad , \quad \forall \mathbf{x} , \forall t .$$

Or, la vitesse interstitielle \mathbf{V} dans un milieu poreux est liée à la densité de flux \mathbf{q} (dite vitesse de Darcy ou vitesse de filtration) *via* la teneur en eau (cas insaturé) ou la porosité (cas saturé) :

$$(7) \quad \begin{aligned} \mathbf{q} &= \theta \times \mathbf{V} \quad (\text{cas non saturé}) \\ \mathbf{q} &= \phi \times \mathbf{V} \quad (\text{cas saturé: } \theta = \phi) \end{aligned} \rightarrow (8) : \boxed{\frac{\partial(\rho \theta)}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{q}) = 0 \quad , \quad \forall \mathbf{x} , \forall t .}$$

$[m^3 / s / m^2] = [m^3 / m^3] \times [m / s]$ (dimensions)

2.3.3.2 Loi de DARCY (rappel)

Par ailleurs, rappelons que nous avons la loi de Darcy. Pour les applications hydrogéologiques en zone saturée, elle s'écrit (localement) :

$$(9a) \quad \mathbf{q} = -K \operatorname{grad}(H) \quad , \quad \forall \mathbf{x} \quad , \quad \forall t$$

Pour les écoulements souterrains non saturés ou partiellement saturés, on doit considérer plus généralement la loi de Darcy en zone non saturée (ce qui n'exclut pas non plus la possibilité d'une saturation locale du milieu) :

$$(9b) \quad \mathbf{q} = -K(h) \operatorname{grad}(h + z) \quad , \quad \forall \mathbf{x} \quad , \quad \forall t$$

où $H = h + z$ est la charge hydraulique et h la "pression" exprimée en hauteur d'eau équivalente, l'axe vertical z étant orienté vers le ciel.

2.3.3.3 Combinaison DARCY-Conservation → Equation de pression

En insérant la loi de Darcy (9) dans la loi de conservation de masse (8), on obtient une équation d'écoulement régissant la pression h ou la charge $H=h+z$ (selon le cas). Dans le cas le plus général (insaturé) l'équation régissant la pression h est de la forme :

$$\frac{\partial(\rho\theta(h))}{\partial t} = \text{div}(\rho K(h) \text{grad}(h+z)) \quad , \forall \mathbf{x} , \forall t .$$

Si cette équation est résolue pour « h », la loi de Darcy correspondante permet alors de calculer le flux $\mathbf{q}(\mathbf{x},t)$ connaissant le champ de pression $h(\mathbf{x},t)$.

Cependant...il reste à expliciter le terme de variation de masse $\partial(\rho\theta)/\partial t$, qui est une dérivée temporelle de masse fluide en une position x fixée. Pour cela, il faut un modèle explicitant la compressibilité (ou non) des quantités (ρ,θ) ou (ρ,ϕ) .

2.3.3.4 Modèle de variation de masse ou de volume d'eau (par compressibilité, etc)

- *Milieu non saturé,*

En milieu **non saturé**, les compressibilités de l'eau et du milieu poreux sont négligeables. La masse volumique ρ est constante, et la porosité ϕ ne dépend pas de la pression.

Cependant, l'effet capacitif est lié au remplissage plus ou moins grand des pores (θ). La teneur en eau θ dépend de la pression (h) suivant une relation supposée connue, la "courbe de rétention" $\theta(h)$. Celle-ci exprime les effets des liaisons eau/solide en présence d'air : tension interfaciale et autres interactions physico-chimiques.

L'équation d'écoulement s'écrit alors [cf. **schémas annexes $\theta(h)$ et $K(h)$** , 2pp.] :

$$\frac{\partial(\theta(h))}{\partial t} = \text{div}(K(h) \text{grad}(h + z)) \quad , \forall \mathbf{x} , \forall t$$

▪ **Milieu saturé,**

En milieu totalement saturé, la teneur en eau égale la porosité : $\theta = \phi$ (porosité). On peut négliger (ou non) les compressibilités de (ρ, ϕ) selon les cas.

Par exemple, dans la zone saturée d'un aquifère non confiné, i.e. dans la zone située sous la surface libre d'une **nappe libre** peu profonde, on néglige en général la compressibilité. On suppose donc que :

$$\partial(\rho\phi)/\partial t = 0,$$

d'où l'équation simple (correcte mais décrivant une situation locale)¹ :

$$0 = \text{div}(K_S \text{ grad}(H)) \quad , \quad \forall \mathbf{x} , \quad \forall t$$

¹ Cependant, la présence de la **surface libre** fait que les mouvements d'une nappe libre ne peuvent pas être modélisés localement en régime saturé 3D sans l'aide de modèles et/ou d'équations auxiliaires qu'on ne détaillera pas ici [Version 0]. Par contre, le modèle non local des équations plans (2D), qui repose sur une intégration verticale des équations précédentes, permet d'obtenir un modèle plus simple des mouvements de nappes libres : *voir plus loin les équations des écoulements plans de nappes souterraines.*

- ***Nappe confinée (compressibilité et storativité) :***

Par contre, dans le cas d'une **nappe confinée**, il est nécessaire dans la plupart des cas de tenir compte des effets de **compressibilité** de (ρ, ϕ) car c'est alors le seul mécanisme de stockage-déstockage d'eau localement (e.g., production d'eau lors du creusement d'une cavité ou d'un tunnel, ou encore, extraction d'eau par pompage en nappe confinée, etc).

Dans le cas d'une nappe confinée, on utilise couramment un modèle capacitif basé sur l'hypothèse de compressibilité faible, élastique et isotrope, des deux "phases" en présence, c'est-à-dire :

- (i) le fluide (eau) et
- (ii) le solide (squelette poreux).

Introduisons d'abord les coefficients de compressibilité de ces deux "phases" séparément avant d'analyser l'ensemble constitué du milieu poreux et de son eau interstitielle.

- **Coefficient de compressibilité élastique β de l'eau :**

$$\beta = -\frac{1}{V_{eau}} \frac{dV_{eau}}{dp} \quad [Pa^{-1}] \quad \beta = 4.4 \times 10^{-10} Pa^{-1} \text{ en conditions standard,}$$

où V est le volume fluide (eau) et p la pression de l'eau.

$$\textit{Interprétation de } (1/\beta) : \frac{1}{\beta} = -\frac{\Delta p}{\left(\frac{\Delta V_{eau}}{V_{eau}}\right)} [Pa] \quad \rightarrow \quad \frac{1}{\beta} \approx 0.23 \times 10^{10} Pa \approx 23000 \text{ Bars .}$$

Par exemple, il faudrait comprimer l'eau de 230 bars pour avoir une diminution de volume à 1% de son volume initial.

- **Coefficient de compressibilité élastique α du squelette poreux :**

$$\alpha = \pm \frac{1}{V_{MP}} \frac{dV_{MP}}{d\sigma_{eff}} \quad \left[Pa^{-1} \right] \quad (\text{voir plus bas concernant le signe de cette expression}),$$

où V est le volume total du milieu poreux (y compris ses pores pleins d'eau), et σ_{EFF} est la **contrainte effective** s'exerçant sur les grains, dite contrainte de *TERZAGHI*¹.

Le modèle de *TERZAGHI* postule que la contrainte totale² est reliée à la contrainte effective par la relation $\sigma_{EFF} = \sigma \pm p$ avec un signe qui dépend de la convention utilisée pour les contraintes en compression/dilatation....

Voyons les choses de plus près...

¹ Cette "contrainte effective" est implicitement supposée sphérique, comme la pression dans un fluide. C'est la contrainte normale aux contacts grains-grains, transmise d'un grain à l'autre dans le poreux.

² La contrainte totale est la contrainte tout court (contrainte macroscopique s'exerçant sur l'ensemble poreux + eau). Les variations de pression atmosphérique, ou encore le passage d'un train, peuvent faire varier la contrainte totale s'exerçant à la surface du sol par exemple...

a) TERZAGHI -- avec convention de signe « mécanique des milieux continus »:

Les contraintes sont positives en extension, négatives en compression, le tenseur de contrainte dans l'eau est donc $(-p\delta_{ij})$ avec $p > 0$, et l'on utilise une notation tensorielle, d'où :

$$\sigma_{\text{EFF } ij} = \sigma_{ij} - (-p\delta_{ij}) = \sigma_{ij} + p \delta_{ij} \quad (p > 0)$$

b) TERZAGHI -- avec convention de signe « géotechnique » (théorie de la consolidation):

Les contraintes sont positives en compression, et de plus, on abandonne la notation tensorielle, d'où cette-fois-ci :

$$\sigma_{\text{EFF}} = \sigma - p \quad (p > 0)$$

Raisonnons maintenant à contrainte totale constante.

a) En utilisant la 1^{ère} convention de signe sur les contraintes, la relation de *TERZAGHI* montre que toute diminution de pression (décompression du fluide) se traduit par une diminution de la contrainte effective entre les grains, donc (étant donné la convention) par une compression des grains et une diminution du volume poreux.

b) En utilisant la 2^{ème} convention de signe, on aboutit à la même conclusion : toute diminution de pression (décompression du fluide) se traduit par une augmentation de la contrainte effective entre les grains, donc (vu la convention) par une compression des grains et une diminution du volume poreux.

Quelle que soit la convention de signe sur les contraintes, on voit finalement que le coefficient de compressibilité α du poreux peut être redéfini comme suit, en fonction de la seule pression de l'eau (grâce à la relation de Therzaghi) :

$$\alpha = + \frac{1}{V_{MP}} \frac{dV_{MP}}{dp} \quad [Pa^{-1}],$$

Rappel des hypothèses. Les fluctuations de pression se font à contrainte totale constante, en gardant fixé le volume fluide afin de n'exprimer que la compressibilité de l'assemblage des grains.

Ordres de grandeurs. L'ordre de grandeur du coefficient α ainsi défini est proche de β pour un massif géologique composé d'une roche "dure" telle qu'un granite peu fracturé, qui est à peine plus compressible que l'eau. Par contre, un aquifère alluvial sableux peut être 10 à 100 fois plus compressible que l'eau, et une argile peut être jusqu'à 1000 fois plus compressible que l'eau (...).

○ **Coefficient d'emmagasinement élastique spécifique d'un aquifère:**

La dernière étape consiste à appliquer l'hypothèse élastique et à faire apparaître les coefficients de compressibilité définis précédemment dans le terme de variation de masse de l'équation d'écoulement :

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} = \rho \frac{\partial\phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial\rho}{\partial t} = \rho \left\{ \frac{\partial\phi}{\partial p} + \phi \frac{1}{\rho} \frac{\partial\rho}{\partial p} \right\} \frac{\partial p}{\partial t} = \rho C_S \frac{\partial H}{\partial t}$$

avec : $C_S = \rho g (\alpha + \phi\beta)$ [m^{-1}].

Le coefficient C d'emmagasinement élastique spécifique¹ est en [m^{-1}], i.e. en [m^3 d'eau stockée] par [m^3 de milieu] et par [mètre d'augmentation de la charge hydraulique].

Avec ceci, l'équation locale (3D) d'écoulement s'écrit :

$$C_S \frac{\partial H}{\partial t} = \text{div}(K_S \text{grad}(H)) \quad , \forall \mathbf{x} , \forall t$$

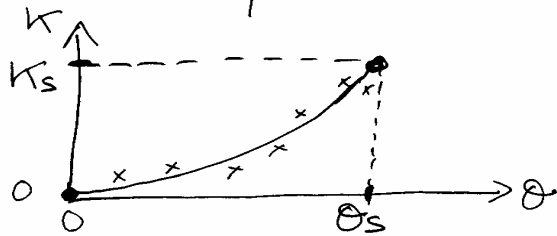
¹ Le coefficient C_S [m^{-1}] est appelé en anglais "specific storativity" (souvent noté S_S). C'est une propriété locale, à ne pas confondre avec le coefficient d'emmagasinement élastique de nappe, coefficient adimensionnel résultant de l'intégration verticale du coefficient spécifique C_S sur l'épaisseur de la nappe confinée. Voir TABLEAUX ANNEXES.

ÉCOULEMENTS EN M.P. NON-SATURÉS:
 LOI DE DARCY NON SATURÉE +
 LOI PRESSION-TENEUR EN EAU

1/2

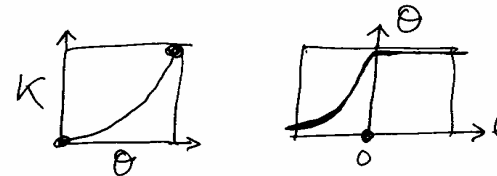
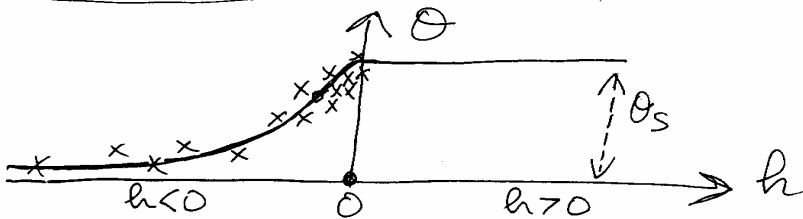
$$\vec{q} = -K(\theta) \vec{\text{Grad}} H \quad (H = h + z) \quad (\vec{z} \uparrow)$$

LA CONDUCTIVITÉ HYDRAULIQUE K [m/s]
 DÉPEND DE LA TENEUR EN EAU θ [m³/m³]



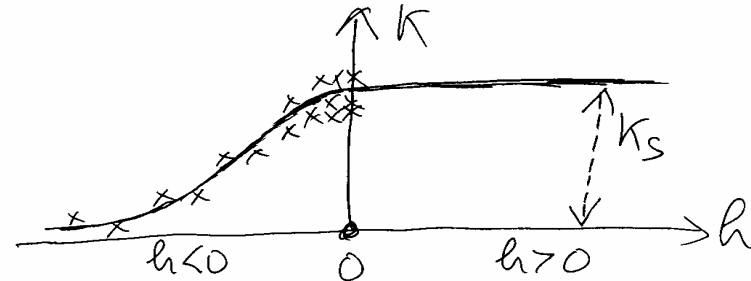
$$\theta = \theta(h) \quad (h = \frac{P - P_{\text{atm}}}{\rho g})$$

LA TENEUR EN EAU θ [m³/m³]
 EST SUPPOSÉE DÉPENDRE DE LA PRESSION CAPILLAIRE
 $h = \frac{(P_{\text{eau}} - P_{\text{air}})}{\rho g} = \frac{(P - P_{\text{atm}})}{\rho g}$ [m]



2/2

$$K(h) \equiv K(\theta(h))$$



D'où la loi de DARCY-BUCKINGHAM
 exprimée en pression "h" et
 valable $\forall h < 0$ (NON-SAT.) ou ≥ 0 (SAT.):

$$\vec{q} = -K(h) \vec{\text{Grad}} (h + z)$$

avec $h \equiv \frac{P - P_{\text{atm}}}{\rho g}$ et $(z \uparrow)$ ici.

TABLEAU COMPLEMENTAIRE (VOIR AUSSI LES ANNEXES DU POLY):

CARACTERISTIQUES HYDRAULIQUES TYPIQUES DES MILIEUX POREUX HYDROGEOLOGIQUES

	COMPRESSIBILITE	POROSITE	PERMEABILITE
GRAVIERS	$\alpha \approx 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$	25% (40%max)	10^{+3} Darcy 10^{-2} m/s
Sables	$\alpha \approx 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$	25% (50%max)	1 Darcy 10^{-5} m/s
ARGILES	$\alpha \approx 10^{-7} \text{ Pa}^{-1}$	40% à 70%	10^{-4} Darcy 10^{-9} m/s
GRANITES PEU FRACTURÉS	$\alpha \approx 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$	1% à 5%	? 10^{-7} Darcy ? 10^{-12} m/s
EAU LIQUIDE	$\beta = 4.4 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$	100%	---

RAPPELS : DEFINITIONS, UNITES ET ORDRES DE GRANDEURS:

- S.I.: Force=**F** Newton, Longueur=**L** mètres, Temps=**T** secondes, Masse=**M** kg...
- Masse volumique: ρ [ML⁻³]
- Accélération: g [LT⁻²] ou [FM⁻¹]
- Viscosité dynamique: $\tau_{xy} = -\mu \partial u_x / \partial y \rightarrow \mu$ [FTL⁻²]
→ Centipoises : 1Cp=10⁻³ N.s/m²
- Viscosité cinématique: $\nu = \mu/\rho$ [L²T⁻¹] → Centistokes : 1 Cst = 10⁻⁶ m²/s
- Perméabilité de Darcy : **k** [L²] → k en m² ou *Darcy* : 1 m² ≈ 10¹² *Darcy*.
- Conductivité hydraulique: **K** [LT⁻¹] → K en m/s
- Relation **K** = $\rho g k / \mu$: si k=1 *Darcy* = 10⁻¹² m² → K=10⁻⁵ m/s (eau à 25°C)
- Porosité : $\phi = \frac{V_{PORES}}{V_{TOTAL}}$ en m³/m³ [adimensionnel]
- Compressibilité : $\alpha = -\frac{1}{V} \frac{dV}{d\sigma_{eff}}$ [L²F⁻¹] → α en Pa⁻¹

2.3.4. Extensions de la loi de Darcy.

Lois de Darcy généralisées: écoulements non saturés (bis), écoulements diphasiques non miscibles, fluides compressibles, fluides à densité variable, effets inertiels et loi de perte de charge quadratique en vitesse (Ward-Forchheimer), etc...

Extensions de la loi de Darcy & équations d'écoulements associées

- **milieux anisotropes : perméabilité tensorielle K_{ij}**
- **perméabilités des roches fracturées (réseaux de fractures)**
- **sols non saturés : loi de Darcy-Buckingham, relation $K(\theta)$ ou $K(h)$**
- **loi de perte de charge quadratique en vitesse (Darcy/Ward-Ergun-Forchheimer)**
- **fluides à masse volumique variable $\rho(x,y,z)$**
- **gaz et autres fluides compressibles barotropes $\rho(p)$**
- **écoulements diphasiques non miscibles (eau-huile *ou* eau-air)**

(SECTION EN CONSTRUCTION)

CHAPITRE 3. HYDRAULIQUE DES NAPPES SOUTERRAINES :

LOIS D'ECOULEMENTS DES NAPPES SOUTERRAINES - VITESSES, DEBITS, ET PIEZOMETRIE

ECOULEMENTS NATURELS HYDROLOGIQUES, POMPAGES, DRAINAGES

NAPPES LIBRES, CONFINEES, SEMI-CONFINEES, MULTIPLES

PLAN du Chapitre 3

CHAPITRE 3. HYDRAULIQUE DES NAPPES SOUTERRAINES

3.1. Circulations souterraines en coupe verticale (x,z) et/ou 3D (x,y,z)

3.2. Circulations souterraines en écoulements plans (x,y) :

hypothèses et équations de Dupuit-Boussinesq

3.2.1. Intégration verticale des équations locales

3.2.2. Résumé des équations d'écoulements plans (x,y)

3.3. Exemples d'application des écoulement plans (en régime transitoire ou non)

3.3.1. Ruissellements souterrains ou « hypodermiques »

3.3.2. Relations nappe-rivière transitoires (en période de décrue)

3.4. Etudes de problèmes de pompage et drainage de nappe en régime permanent

3.1. Analyse de circulations souterraines (coupe verticale x-z ou 3D)

→ **Circulations profondes ; écoulements locaux et régionaux emboîtés (Toth 1968)**

→ **Exemple de circulation régionale en coupe verticale, résolvable analytiquement :**

Configuration du domaine d'écoulement & conditions limites : voir schémas en classe...

Traitement analytique du problème de circulation régionale en coupe verticale

SOLUTION ANALYTIQUE DU PROBLEME DE CIRCULATION PROFONDE DECRIT EN CLASSE:

$$H(x, z) = L_z + \frac{1}{2} L_x \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{4}{\pi^2} L_x \operatorname{tg}(\alpha) \times \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{\cos\{(2n+1)\pi x / L_x\} \times \cosh\{(2n+1)\pi z / L_x\}}{(2n+1)^2 \cosh\{(2n+1)\pi L_z / L_x\}}.$$

Solution analytique approchée (terme dominant de la série)

La solution approchée est la série ci-dessus tronquée à l'ordre zéro (voir détails dans Chap.4 : ETUDES...). On obtient :

$$H(x, z) \approx L_z + \frac{1}{2} L_x \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{4}{\pi^2} L_x \operatorname{tg}(\alpha) \times \left\{ \frac{\cos\{\pi x / L_x\} \times \cosh\{\pi z / L_x\}}{\cosh\{\pi L_z / L_x\}} \right\}.$$

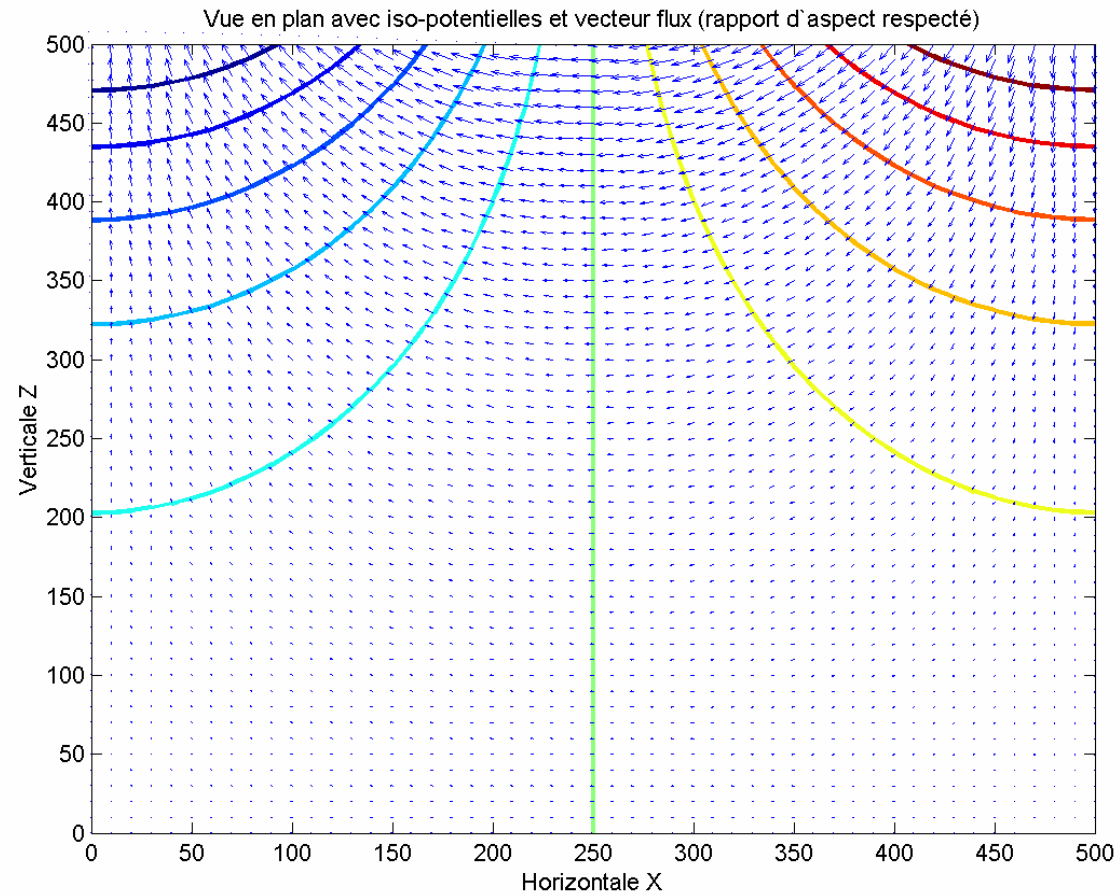
Remarque 1:

La solution $H(x,z)$ peut se ré-écrire de façon plus compacte en adimensionnalisant les variables comme suit : $\Phi \leftarrow H/L_x$, $X \leftarrow x/L_x$, $Z \leftarrow z/L_z$, et en introduisant comme paramètre géométrique le rapport d'aspect : $a = L_z / L_x$.

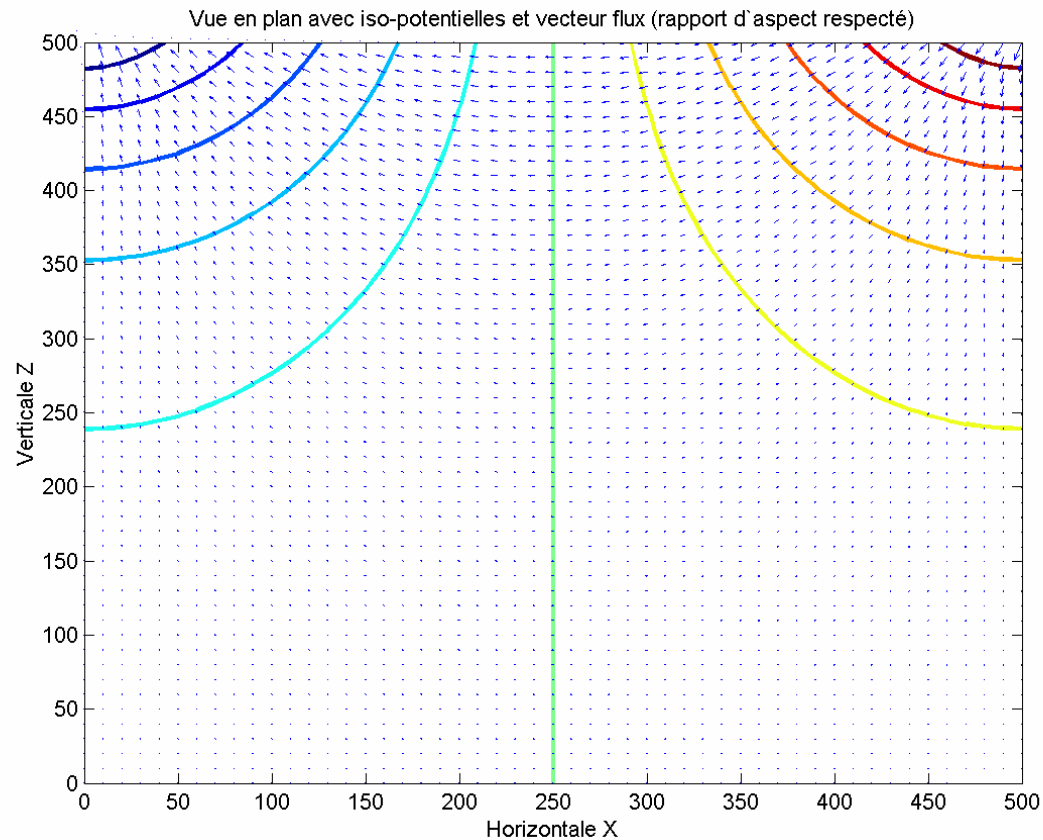
Remarque 2:

La condition limite à la surface du massif ($z = L_z$) est : $H(x, L_z) = L_z + x \operatorname{tg}(\alpha) \rightarrow$
le **gradient hydraulique horizontal** est $\mathbf{J}_x = - dH/dx = - \operatorname{tg}(\alpha)$.

SOLUTION GROSSIERE $H(X,Z)$: SERIE TRONQUEE A L'ORDRE ZERO ($N = 0$)



$$L_x = L_z = 500 \text{ m}; \text{tg}(\alpha) = 0.001; K = 1 \text{ m/jour.}$$

SOLUTION QUASI-EXACTE $H(x,z)$: SERIE TRONQUEE A L'ORDRE 32 ($N = 32$)

$$L_x = L_z = 500 \text{ m}; \text{tg}(\alpha) = 0.001; K = 1 \text{ m/jour.}$$

3.2. Circulations souterraines en écoulements plans (x,y) (Dupuit-Boussinesq)

3.2.1. *Intégration verticale des équations locales 3D*

3.2.1.1 Méthode d'intégration verticale (J.Boussinesq 1904)

(...)

3.2.1.2 Intégration verticale pour les nappes confinées (captives)

... (....)

3.2.1.3 Intégration verticale pour les nappes libres (phréatiques)

... (....)

3.2.2. Résumé des équations d'écoulements plans 2D

- EQUATIONS VERTICALEMENT INTEGREES DES NAPPES A **SURFACE LIBRE**
SANS TERMES SOURCES (**DUPUIT-BOUSSINESQ**) VOIR SCHEMAS EN CLASSE...

1) Loi de Darcy intégrée verticalement (2D) : $\mathbf{Q} = -T(h)\mathbf{grad}(H)$

2) Equation de conservation de masse (2D) : $C \frac{\partial H}{\partial t} = -div(\mathbf{Q})$

3) Equation conservative d'écoulement combinant 1)+2): -----

$$C \frac{\partial H}{\partial t} = div(T(h)\mathbf{grad}(H))$$

Pour une **nappe libre**, le **coefficient C** [m^3/m^3] représente la capacité d'emmagasinement de l'aquifère due au stockage/déstockage d'eau lors des variations de la surface libre : c'est pourquoi on assimile C à la "**porosité efficace**" de l'aquifère (la moitié ou les 2/3 de la porosité totale).

Le **coefficient T** représente la **transmissivité** hydraulique du système, soit :

$$T(h) = K h \quad (\text{transmissivité en } \text{m}^2/\text{s} \text{ ou } \text{m}^3/\text{s}/\text{m}),$$

où K représente la conductivité hydraulique [m/s] et $h(x,y,t)$ représente la hauteur d'eau au-dessus du plancher de la nappe (**épaisseur de la nappe, tirant d'eau souterrain**):

$$h(x,y,t) = Z_{SUP}(x,y,t) - Z_{INF}(x,y).$$

Enfin, $H(x,y,t)$ représente la **charge hydraulique totale** (en moyenne verticale), ou encore la cote de la surface libre par rapport à un référentiel fixe, soit :

$$H(x,y,t) = z + (p-p_{ATM})/\rho g \quad (\text{charge hydraulique en mètres})$$

Comme cette expression ne dépend pas de z (si la pression $p(x,y,z,t)$ est supposée verticalement hydrostatique), et que $p = p_{ATM}$ à la surface libre de la nappe, cela donne finalement de façon équivalente :

$$H(x,y,t) = Z_{INF}(x,y) + h(x,y,t) = Z_{SUP}(x,y,t)$$

Noter que $H(x,y,t)$ représente non seulement charge hydraulique (une énergie) *mais aussi* la cote de la surface libre, inconnue du problème **pour une nappe libre**. On peut donc utiliser dans ce cas soit la **charge hydraulique $H(x,y,t)$** , soit le **tirant d'eau $h(x,y,t)$** comme inconnue. Exemple/application: ruissellement hypodermique.

SUITE...:

- EQUATIONS **VERTICALEMENT INTEGREES** DES NAPPES A **SURFACE LIBRE...**
 AVEC **TERMES SOURCES** (INFILTRATION, EVAPORATION, & **DRAINANCE**)

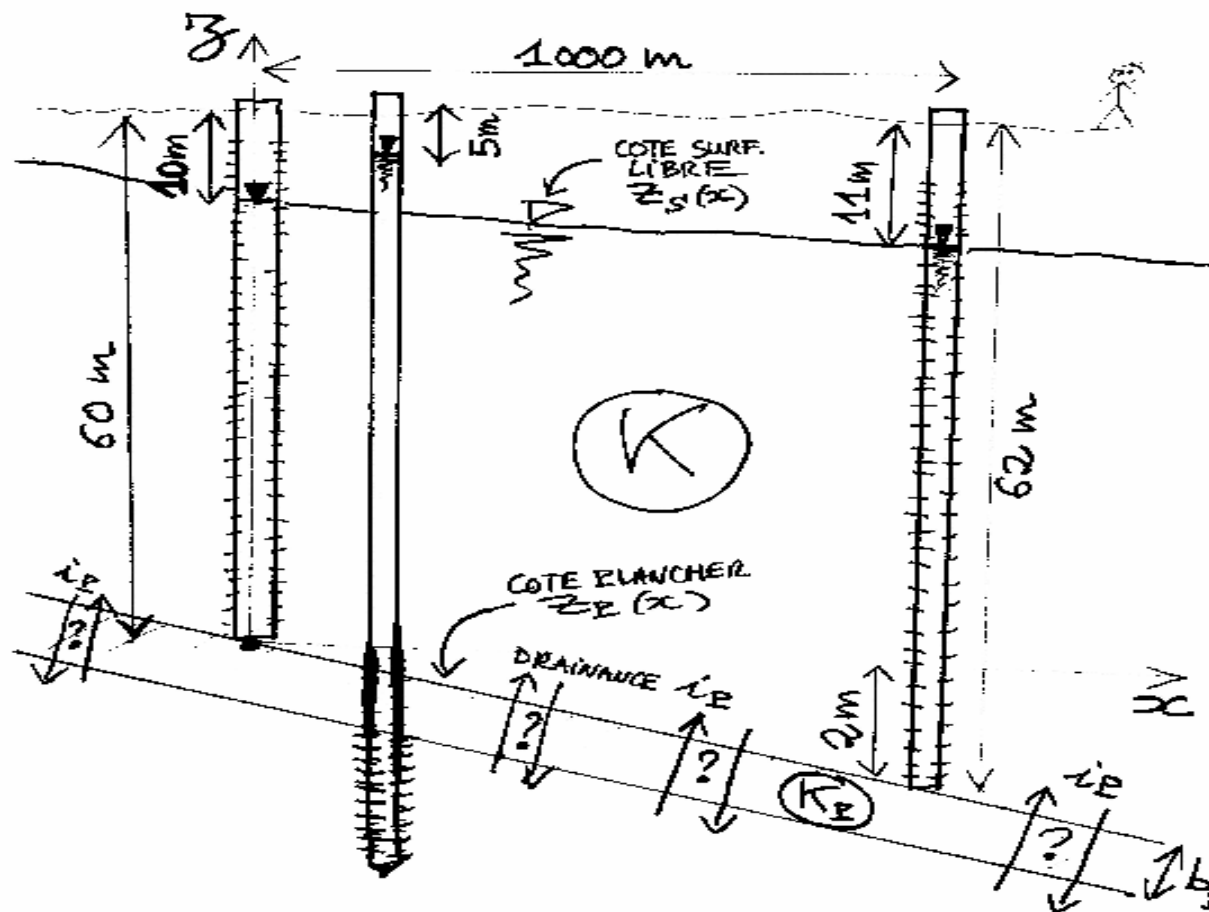
← CF. TD « DRAINANCE »

$$C \frac{\partial H}{\partial t} = \text{div}(T(h)\mathbf{grad}(H)) + i_{Sup} + i_{Plancher}$$

où :

- ◆ Le terme source i_{SUP} représente le taux d'alimentation de la nappe par le haut (à travers sa surface libre Z_{sup}) avec la convention de signe : $i_{SUP} > 0$ si flux entrant. En pratique il peut être dû à de l'infiltration \oplus ou de l'évaporation (-).
- ◆ Le terme source $i_{PLANCHER}$ représente le taux d'alimentation de la nappe par le bas (à travers le plancher Z_{inf}) avec la convention de signe : $i_{PLANCHER} > 0$ si flux entrant. En pratique, il peut être dû à la communication avec une nappe sous-jacente : drainance vers le haut \oplus ou vers le bas (-).

**VOIR TD NAPPE LIBRE AVEC DRAINANCE AU PLANCHER
(problème inverse : estimer la drainance)**



RESUME DES REPONSES / NAPPE LIBRE AVEC DRAINANCE:

1. Gradients (d'après les données):

Gradient moyen hydraulique = pente de la surface libre de la nappe $Z_s(x)$:

$$J_s = -\text{grad}Z_s \approx (11\text{m} - 10\text{m}) / 1000\text{m} = 0.001 \text{ m/m (soit: 1 m/km)}.$$

Gradient moyen topographique = pente du plancher $Z_p(x)$:

$$J_p = -\text{grad}Z_p \approx (62\text{m} - 60\text{m}) / 1000\text{m} = 0.002 \text{ m/m (soit: 2 m/km)}.$$

2. Equation de Boussinesq :

A. Intégration verticale de la loi de Darcy sur 2 verticales situées en (x) et (x+Δx) :

DEBIT ENTRANT (x)		DEBIT SORTANT (x+Δx)
$Q_{IN}(x) = - K \text{ grad}(H) B_{IN}(x)$		$Q_{OUT}(x+dx) = - K \text{ grad}(H) B_{OUT}(x+Δx)$

- $Q(x)$ = Débit spécifique [m^3/s par mètre transverse]
- $B(x) = Z_S(x) - Z_P(x)$ = Epaisseur saturée [m]
- $H(x) \approx Z_S(x)$ (H = charge hydraulique moyenne $\approx Z_S$, si verticalement hydrostat.).

B. Intégration verticale de la loi de conservation de masse :

TAUX DE VARIATION DE VOLUME D'EAU DANS LE DOMAINE [x,x+Δx]	=	DEBIT ENTRANT (x)	-	DEBIT SORTANT (x+Δx)	+	DRAINANCE au plancher
$(C \cdot \delta H / \delta t) \cdot \Delta x$ [m ³ /s par m transverse]	=	$Q_{IN}(x)$	-	$Q_{OUT}(x+\Delta x)$	+	i_p

B. Faire tendre Δx (Δy) et Δt vers zéro → EDP de Boussinesq

En régime permanent, la colonne de gauche est nulle car $dH/dt = 0$. On obtient alors, en faisant tendre Δx et $\delta t \rightarrow 0$, l'EDP de Boussinesq stationnaire :

$$C \frac{\partial H}{\partial t} = 0 = \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + i_p(x)$$

- $i_p(x)$ [m/s] : **Taux de drainance** normale au plancher (> 0 si \uparrow , < 0 si \downarrow).
- $T(x) = K \cdot B(x) = K \cdot (Z_S(x) - Z_P(x))$: **Transmissivité** hydraulique [m²/s].

3. Solution du problème inverse : le taux de drainance au plancher

En utilisant l'équation de Boussinesq ci-dessus, on peut déterminer alors le taux de drainance $i_P(x)$ en évaluant le terme $\text{div}(T\text{grad}H)$ à partir des données de terrain. En effet, d'après l'équation d'écoulement, on devrait avoir :

$$i_P(x) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right)$$

et en supposant (en première approximation) les gradients de Z_S et Z_P constants:

$$i_P(x) \approx +\frac{d}{dx} (T(x)J_S) \approx +J_S \frac{d}{dx} \{K(Z_S(x) - Z_P(x))\} \approx +KJ_S(-J_S + J_P)$$

$$\Rightarrow i_P(x) \approx +K \times J_S \times (J_P - J_S) \Rightarrow i_P(x) \approx 50 \times 0.001 \times (0.002 - 0.001) \text{ m/j}$$

$$\Rightarrow i_P(x) \approx 5 \times 10^{-5} \text{ m/j} \Rightarrow i_P(x) \approx 18 \text{ mm/an} \text{ [plus exactement : } 18.25 \text{ mm/an].}$$

Le flux de drainance au plancher est **ascendant**, et **entrant** dans l'aquifère. ¹

¹ Le flux de drainance est ici positif par convention. Clarifier la convention de signe dans des cas plus complexes multidim. La convention choisie ici pour la drainance au plancher peut correspondre à << flux entrants positifs, flux sortants négatifs>>, les flux étant projetés sur la normale (intérieure ou extérieure) à la frontière considérée.

4. Coefficient de drainance du « semi-perméable » :

On applique la loi de Darcy à travers la couche semi-confinante d'épaisseur b_p et de perméabilité K_p , en utilisant la donnée piézométrique indiquée sur le schéma:

$$\square i_p = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m/j}$$

$$\square H_p = H + 5 \text{ m} \Rightarrow H_p - H = 5 \text{ m}$$

$$\square i_p \approx K_p \frac{H_p - H}{b_p} \text{ ou } i_p \approx C_D (H_p - H),$$

$$\text{avec } C_D = \frac{K_p}{b_p}.$$

On a ainsi relié le taux de drainance i_p à la différence de charge ($H_p - H$).

On ne peut pas calculer directement la conductivité hydraulique de la couche semiconfinante, mais on peut par contre estimer le coeff. de drainance $C_D = K_p/b_p$:

$$i_p \approx C_D (H_p - H) \Rightarrow C_D \approx \frac{i_p}{(H_p - H)} \Rightarrow C_D \approx \frac{5 \times 10^{-5} \text{ m/j}}{5 \text{ m}} \approx 10^{-5} \text{ j}^{-1}.$$

Vérification des hypothèses (couche semi-perméable)

Enfin, supposons maintenant que l'épaisseur b_p de la couche semi-confinante, dite semi-perméable, est de l'ordre du mètre, et vérifions que sa perméabilité est effectivement très inférieure à celle de l'aquifère supérieur. En d'autres termes :

...a-t-on $K_p \ll K$?

Supposant $b_p \approx 1 \text{ m} \rightarrow K_p \approx b_p \times C_D \approx 1 \text{ m} \times 10^{-5} \text{ j}^{-1} \approx 10^{-5} \text{ m/j}$

On a donc bien : $K_p \approx 10^{-5} \text{ m/j} \ll K = 50 \text{ m/j}$, comme attendu.

...on a bien $K_p \ll K$.

ANNEXE DU CHAP.3

PARAMETRES HYDRAULIQUES DES AQUIFERES DANS LES EQUATIONS D'ECOULEMENT DE NAPPES SOUTERRAINES.

Cette **annexe** constitue un complément au cours d'HYDROLOGIE SOUTERRAINE, concernant la signification des différents coefficients hydrauliques, tels que :

- **capacité d'emmagasinement,**
- **perméabilité/transmissivité, et**
- **diffusivité hydraulique.**

Ceci pour deux types d'écoulements souterrains :

- **les écoulements 3D**, et en particulier ceux comprenant des circulations verticales, que l'on décrit à l'aide d'équations locales non intégrées (a priori 3D);
- **les écoulements quasi-plans** (quasi-horizontaux), que l'on peut intégrer verticalement (équations intégrées "2D").

On présente des tableaux synthétiques décrivant les coefficients des équations de nappes :

- Le premier **TABLEAU (I)** récapitule les différents types de **COEFFICIENTS** qui interviennent dans les écoulements souterrains, équations locales "3D", et équations intégrées "2D plan". Ces coefficients sont : la conductivité hydraulique (K); la transmissivité hydraulique (T); la capacité spécifique volumique 3D (C_S élastique); la capacité totale d'un aquifère à nappe captive (C_{NAPPE} élastique); et la capacité totale d'un aquifère à nappe libre - assimilable à une "porosité efficace" ($C_{NAPPE} = \Phi_{EFF}$).
- Le second **TABLEAU (II)** donne les **VALEURS TYPIQUES** de ces caractéristiques hydrauliques pour différentes formations géologiques, en particulier pour les aquifères gravo-sableux (interpoler entre "sables" et "graviers" pour obtenir un aquifère représentatif moyen).
- Le troisième **TABLEAU (III)** résume les **PROPRIETES PHYSIQUES** (viscosités, compressibilités) d'où sont tirés ces coefficients hydrauliques. On y trouvera par exemple : la relation entre perméabilité de Darcy et conductivité hydraulique, l'expression du coefficient d'emmagasinement spécifique élastique, et les analyses dimensionnelles correspondantes.
- (Un bref **LEXIQUE** franco-anglais complète le tout.)

REMARQUES. Le **Tableau (I)** appelle les remarques suivantes :

- Les coefficients (K, C_S) sont **locaux** (donc 3D a priori), tandis que les autres coefficients (T, C) sont **globaux** : ils caractérisent globalement la nappe sur toute son épaisseur par intégration verticale des quantités (écoulements plans 2D).
- Les capacités d'emmagasinement des aquifères à **nappe captive** sont des coefficients d'**élasticité hydromécanique**, dus aux effets de déformation volumique (supposée élastique) de la matrice poreuse et de l'eau interstitielle de l'aquifère.
- La capacité d'emmagasinement globale d'une **nappe libre** est assimilée, en première approximation, à la **porosité "efficace"** moyenne de l'aquifère. Celle-ci est notablement inférieure à la porosité totale classique, surtout en présence d'**argile** dont les pores drainent trop lentement pour être pris en compte.
- Si l'aquifère est **hétérogène et stratifié**, les quantités intégrées telles que transmissivité et capacité élastique doivent être calculées en fonction des **propriétés "moyennes"** de l'aquifère. Mais la porosité efficace exige un autre raisonnement.
- Pour la porosité efficace, c'est la strate dans laquelle baigne la surface libre qui doit "peser" le plus dans l'estimation de la **porosité efficace "moyenne"**.

Exemple : Dans un aquifère alluvial classique (limons-sables-graviers), il se peut que la surface libre se trouve presque semi-confinée par une couche sablo-argileuse peu perméable mais de porosité totale élevée (mettons 60%). Dans ce cas on pourra estimer que la porosité efficace, et donc la capacité d'emmagasinement de la nappe, n'est que de quelques % (par exemple 3%). Mais si la nappe est presque totalement confinée par cette couche, il faudra ré-interpréter le système comme un aquifère à nappe captive, et tenir compte plutôt de la capacité d'emmagasinement élastique.

EVALUATIONS DES COEFFS...

- **K [m/s]** : Typiquement 10^{-3} à 10^{-4} m/s...à un ordre de grandeur près (!). *Cette estimation ne concerne que les massifs géologiques « aquifères », facilement « exploitables ».*
- **e [m]** : L'épaisseur saturée est très variable selon les sites : 5 m à 100 m, parfois plus ; typiquement 5-15 m pour les nappes libres superficielles (alluviales) ; très variable pour les nappes confinées profondes (exemple : l'épaisseur de *chaque* couche perméable d'un aquifère *multicouche* peut être de l'ordre de 5 m).
- **T = K.e [m²/s]** : $T = K.e$ donne $T \approx 10^{-3} \text{ m/s} \times 10 \text{ m} \approx 0.010 \text{ m}^2/\text{s}$ (ordre de grandeur). D'après Freeze et Cherry, un "bon" aquifère devrait avoir une transmissivité $T \geq 0.015 \text{ m}^2/\text{s}$ pour être exploitable du point de vue ressource en eau.
- **C_S [(m³/m³)/m]** : $C_S = \rho g (\alpha + \Phi\beta) [\text{m}^{-1}] \approx 10^{-4}$ à 10^{-5} m^{-1} (justifié ci-dessous).
 Poids spécifique eau: $\rho g \approx 10^{+4} \text{ N/m}^3 = 10^{+4} \text{ Pa/m}$ (*donc ρgh est bien une pression en Pa*);
 Compressibilité matrice: $\alpha \approx 10^{-8}$ à 10^{-9} Pa^{-1} ,
 Compressibilité eau porale: $\Phi\beta \approx 0.25 \times (4.4 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}) \approx 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ (*donc, souvent négligeable*).
- **C_{NAPPE CAPTIVE} = C_S.e [m³/m³]**:
 $C = C_S.e \approx (10^{-4} \text{ à } 10^{-5} \text{ m}^{-1}) \times 10 \text{ m} \approx 10^{-3} \text{ à } 10^{-4} \text{ m}^3/\text{m}^3$ (*coeff d'emmagasinement élastique*)
- **C_{NAPPE LIBRE} ≈ Φ_{EFF} [m³/m³]** : La porosité efficace des massifs géologiques est très variable (**0.01 à 0.30 m³/m³** d'après Freeze et Cherry); en l'absence de données, on utilisera la plage de valeurs **0.05-0.15 m³/m³**...pour un aquifère « exploitable », i.e., suffisamment poreux et perméable.

(I) CARACTERISTIQUES HYDRAULIQUES DES MILIEUX GEOLOGIQUES

	TERMES CAPACITIFS (coeffs d'emmagasinement)		TERMES CONDUCTIFS (conductivité-transmissivité)	
	NAPPE CAPTIVE	NAPPE LIBRE	NAPPE CAPTIVE	NAPPE LIBRE
LOCAL 3D	Capacité d'emmagasinement élastique spécifique : $C_s \approx 10^{-4} - 10^{-5} \text{ m}^{-1}$ [ou $(\text{m}^3/\text{m}^3)/\text{m}$].	Il y a une capacité élastique C_s [m^{-1}] mais elle est globalement négligeable .	Conductivité hydraulique $K \approx 10^{-2} - 10^{-5} \text{ m/s}$ [ou: $(\text{m}^3/\text{s})/\text{m}^2$].	<i>Idem</i> : conductivité hydraulique $K \approx 10^{-2} - 10^{-5} \text{ m/s}$ [ou: $(\text{m}^3/\text{s})/\text{m}^2$].
PLAN 2D	Capacité d'emmagasinement élastique de nappe : $C \approx 10^{-3} - 10^{-4}$ [adim.: m^3/m^3].	Capacité d'emmagasinement de nappe libre, porosité efficace : $C = \Phi_{\text{EFF}} \approx 0.10$; $0.01 \leq \Phi_{\text{EFF}} \leq 0.30$ [adim.: m^3/m^3].	Transmissivité hydraulique $T = K e$ [m^2/s] [ou: $(\text{m}^3/\text{s})/\text{m}$], d'un aquifère d'épaisseur $e = Z_s - Z_p$.	Transmissivité hydraulique de nappe: $T = K \cdot (H - Z_p)$ m^2/s où H est la cote de la surface libre, et Z_p la cote du plancher de l'aquifère.

(II) VALEURS TYPIQUES DES CARACTERISTIQUES HYDRAULIQUES

	Compressibilité α *	POROSITE Φ **	PERMEABILITE K
GRAVIERS	$\alpha \approx 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$	15%-25% (40% max)	10^{+3} Darcy 10^{-2} m/s
SABLES	$\alpha \approx 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$	20%-30% (50% max)	1 Darcy (au moins) 10^{-5} m/s (au moins)
ARGILES	$\alpha \approx 10^{-7} \text{ Pa}^{-1}$	40%-70%	10^{-4} Darcy 10^{-9} m/s
GRANITES PEU FRACTURES	$\alpha \approx 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$	1%-5%	? 10^{-7} Darcy ? 10^{-12} m/s
EAU LIQUIDE	$\beta = 4.4 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$	100%	---

RAPPELS : * Capacité d'emmagasinement spécifique, élastique, volumique (3D) :

$$C_s = \rho g (\alpha + \Phi\beta) [\text{m}^{-1}] \text{ ou } [(\text{m}^3/\text{m}^3)/\text{m}]$$

**Porosité efficace d'un aquifère à nappe libre (Φ_{EFF} , distincte de Φ):

$$\Phi_{\text{EFF}} \approx \Phi/3 \text{ à } \Phi/2 \text{ m}^3/\text{m}^3, \text{ ou parfois moins (selon la proportion d'argile).}$$

(III) VISCOSITES, COMPRESSIBILITES, PERMEABILITES, ...

S.I.: Force=**F** (Newton),
 Longueur=**L** (mètres),
 Temps=**T** (secondes),
 Masse=**M** (kg).

Masse volumique: ρ [ML⁻³]

Accélération: g [LT⁻²] ou [FM⁻¹]

Viscosité dynamique: $\tau_{xy} = -\mu \partial U_x / \partial y$
 → μ [FTL⁻²]
 → Centipoises: 1 Cp = 10⁻³ N.s/m²

Viscosité cinématique: $\nu = \mu / \rho$ [L²T⁻¹]
 → Centistokes : 1 Cst = 10⁻⁶ m²/s

Perméabilité de Darcy : \mathbf{k} [L^2]
 \rightarrow k en m^2 ou *Darcy* : $1 m^2 \approx 10^{12} \text{ Darcy}$.

Conductivité hydraulique: \mathbf{K} [LT^{-1}] \rightarrow K en m/s

Relation conductivité/perméabilité: $\mathbf{K} = \rho g \mathbf{k} / \mu$
 Si $k=1 \text{ Darcy} = 10^{-12} m^2$
 $\rightarrow K=10^{-5} m/s$ (eau à $25^\circ C$)

Porosité : $\phi = \frac{V_{PORES}}{V_{TOTAL}}$ en m^3/m^3 [adimensionnel]

Compressibilité : $\alpha = -\frac{1}{V} \frac{dV}{d\sigma_{eff}}$ [L^2F^{-1}] \rightarrow α en Pa^{-1}

Capacité d'emmagasinement spécifique (élastique) :

$$\mathbf{C}_S = \rho g (\alpha + \phi \beta) [L^{-1}] \rightarrow C_S \text{ en } m^{-1} \text{ ou } (m^3/m^3)/m.$$

3.3. Exemples d'application des écoulements plans (en régime transitoire ou non)

3.3.1. Ruissellements souterrains ou « hypodermiques »

Le modèle d'écoulement plan peut s'appliquer à l'étude de problèmes de sous-ruissellements ou ruissellements « hypodermiques » sur un bassin versant pentu. Cette section illustre ce type d'application en utilisant un exemple générique.

Emergence de l'effet gravitaire : écoulements hypodermiques (subsurfiques) à fortes pentes

Décomposons l'équation de diffusion nonlinéaire en introduisant explicitement la relation $H=Z_0+h$. On obtient alors une deuxième forme de l'équation, "non conservative", qui isole clairement la composante gravitaire de l'écoulement comme un terme d'advection :

$$C \frac{\partial h}{\partial t} = \text{div}(T(h)\mathbf{grad}(h)) + K\mathbf{grad}(Z_0) \bullet \mathbf{grad}(h)$$

Le vecteur $K \mathbf{grad} Z_0$ [m/s] peut être interprété comme une vitesse de transport advectif. Ce terme d'origine gravitationnelle s'ajoute aux effets de diffusion hydraulique. On peut écrire l'équation ci-dessus sous la forme :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \mathbf{U}_0 \bullet \mathbf{grad}(h) = \mathit{div}(D(h) \mathbf{grad}(h)) ;$$

$$D(h) = T(h) / C = K h / C ;$$

$$\mathbf{U}_0 = - (K/C) \mathbf{grad} Z_0 .$$

Emergence d'un nombre de Péclet « gravitationnel »

Le rapport entre les effets d'advection gravitationnelle et de diffusion hydraulique de la surface libre de la nappe peut être caractérisé par le nombre de Péclet (adimensionnel) :

$$Pe = U_0 L / D = J_0 L / h ,$$

où l'on a posé $\mathbf{J}_0 = - \mathbf{grad} Z_0$ (pente du fond). L'échelle de longueur L reste à choisir : e.g. longueur d'une pente topographique ou de la couche poreuse sous-jacente, pour le problème du ruissellement hypodermique.

Le cas $Pe \gg 1$ correspond à un problème très advectif et peu diffusif, du moins pour les échelles de temps (L/U_0) et de longueur (L) choisies. Supposons donc $Pe \gg 1$ et examinons le comportement d'un écoulement purement gravitaire en négligeant totalement le terme diffusif. On obtient alors l'équation d'advection pure :

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \mathbf{U}_0 \bullet \mathbf{grad}(h) = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{U}_0 = + \frac{K}{C} \mathbf{J}_0 .$$

Exemple numérique de ruissellement hypodermique (très simplifié)

$K=0.01 \text{ m/s}$ (couche poreuse très perméable) ;

$C = 0.10$ (porosité effective ou efficace) ;

$J_0=0.030$ (pente très forte)

$L = 2.5 \text{ km}$ (longueur de la pente)

$\Rightarrow \mathbf{U}_0 \approx 250 \text{ m/jour}$ (vitesse de propagation des perturbations de h)

et : $\mathbf{Pe} = \mathbf{J} \mathbf{L} / \mathbf{h} \approx 250 \gg 1$ (écoulement à dominante gravitationnelle).

3.3.2. Relations nappe-rivière transitoires (en période de décrue)

Illustration et application du modèle d'écoulements plans (x,y) aux problèmes d'échanges nappe-rivière en régime transitoire (notamment en période de décrue)

3.4. Etudes de problèmes de pompage et drainage de nappe (en régime permanent)

Application du modèle d'écoulements plans de Dupuit-Boussinesq à quelques problèmes de pompage et drainage de nappe (en régime permanent) : études analytiques et numériques.

- Voir certains **T.D.**
- Voir la dernière partie du poly « **Etudes et exercices d'hydraulique souterraine** »

CHAPITRE 4. TRACEURS, POLLUANTS, INTRUSIONS SALINES

CINETIQUES DE TRACEURS, MIGRATIONS DE POLLUANTS,
ET INTRUSIONS SALINES EN NAPPES COTIERES

.....(NB : CHAPITRE EN CONSTRUCTION).....

PLAN du Chapitre 5

Chapitre 5. Traceurs, polluants, intrusions salines

4.1. Introduction

4.2. Champ de vitesse, lignes de courants, « flow net » (2D et 3D)

4.3. Traceurs et polluants passifs (advection, diffusion/dispersion, dilution)

4.4. Intrusion saline en nappe côtière – approche « interface abrupte »

4.1. Introduction

EN CONSTRUCTION....

4.2. Champ de vitesse, lignes de courant, « *flow net* » (2D et 3D)

EN CONSTRUCTION....

4.3. Traceurs et polluants passifs (advection, diffusion/dispersion, dilution)

EN CONSTRUCTION....

4.4. Intrusion saline en nappe côtière – approche « interface abrupte »

4.4.1. Approche interface abrupte (Ghyben-Herzberg)

Introduction générale et historique *(en construction...)*

Brièvement, l'approche « interface abrupte », connue depuis un siècle, consiste à supposer que l'eau de mer et l'eau douce ne se mélangent pas (non miscibilité), et à chercher la position d'équilibre hydrostatique d'un « coin salé » d'eau de mer qui se « glisse » sous l'eau douce de la nappe phréatique, cette dernière s'écoulant vers la mer au-dessus du coin salé.

Quelle que soit la géométrie et les conditions limites du problème, on veut connaître en régime permanent les profils $h(x,y)$ et $H(x,y)$ caractérisant, respectivement, la surface libre de la nappe d'eau douce (lentille d'eau douce « h » au-dessus du niveau de la mer) et la profondeur de l'interface eau douce / eau salée (H) par rapport au niveau de la mer, ainsi que le flux d'eau douce (Q) s'écoulant vers la mer.

On suppose qu'il existe un plancher imperméable plan et horizontal, commun aux nappes souterraines d'eau douce et d'eau salée. Si ce plancher est relativement peu profond, la nappe salée peut être interceptée par le plancher à une certaine distance L ou L_S de la côte. Cette distance est la longueur de pénétration du coin salé vers l'intérieur (*penetration length of the salt wedge inland*).

Hypothèses générales (approche interface abrupte)

- ◆ Régime permanent.
- ◆ Aquifère homogène.
- ◆ Substratum imperméable plan et horizontal.
- ◆ Pas de superstratum (la nappe d'eau douce est à surface libre).
- ◆ Vitesses quasi-horizontales dans l'eau douce : vitesses verticales négligées, i.e., champ de pression verticalement hydrostatique (approximation de Dupuit-Boussinesq).
- ◆ Nappe d'eau salée quasi-statique : pas de débit d'eau salée vers l'intérieur des terres.
- ◆ Interface abrupte entre eau douce et eau de mer : on néglige la diffusion de sel.
- ◆ Le coin salé (biseau salé, *salt wedge*) forme une zone continue et connexe à la mer.

Axes / convention de signe

- ◆ L'axe « x » est perpendiculaire à la côte.
- ◆ Si l'axe « x » est **orienté vers l'intérieur des terres**, alors, en conséquence, la densité de flux d'eau douce (composante q_x) est de **signe négatif**, car l'eau douce s'écoule vers la mer.
- ◆ L'axe « z » est choisi pointant vers le haut, de sorte qu'une recharge d'eau douce (par exemple la pluie nette infiltrée « I ») se traduit par un terme source positif, tandis qu'une extraction d'eau douce se traduit par un terme puits négatif (e.g. une évaporation nette ou, le cas échéant, un débit d'extraction par pompage).

Définitions / nomenclature

ρ_D ou ρ_0 : masse volumique de l'eau douce [kg/m^3].

ρ_S : masse volumique de l'eau salée [kg/m^3].

$\varepsilon = (\rho_S - \rho_D) / \rho_D$: contraste de densité entre eau douce et eau salée.

K : conductivité hydraulique du massif poreux [m/s]

T : transmissivité hydraulique de la nape d'eau douce [m^2/s]

q : densité de flux de l'eau douce vers la mer (verticalement intégrée) en [m^2/s],
ou encore, de façon équivalente, débit spécifique en [$\text{m}^3/\text{s}/\text{mètre de côte}$].

I : taux de recharge nette de la nappe d'eau douce en [m/s] ou [mm/an]
(précipitations, irrigations etc...)

$h(x,y)$: hauteur de la surface libre d'eau douce par rapport à la mer [m]

$H(x,y)$: profondeur de l'interface par rapport à la mer [m]

H_0 : profondeur du plancher imperméable s'il existe.

δx et δz : tailles horizontale et verticale de la face de sortie de l'eau douce vers la mer
(on les néglige dans une première approche, i.e., on prend δx et $\delta z \rightarrow 0$).

4.4.2. Coin salé sans recharge ni pompage en symétrie plane (exo de cours)

NB : Ce problème très simplifié sert à illustrer l'approche « interface abrupte ». Pour des problèmes plus réalistes et plus complets, voir plus loin : Chapitre « Etudes & Applications », Section « Intrusions salines »...

A1. INTRODUCTION ET FORMULATION DU PROBLEME

On considère une nappe d'eau douce s'écoulant vers la mer au-dessus d'une intrusion saline.

Voir **Figure A** ci-jointe (*et figure suivante*).

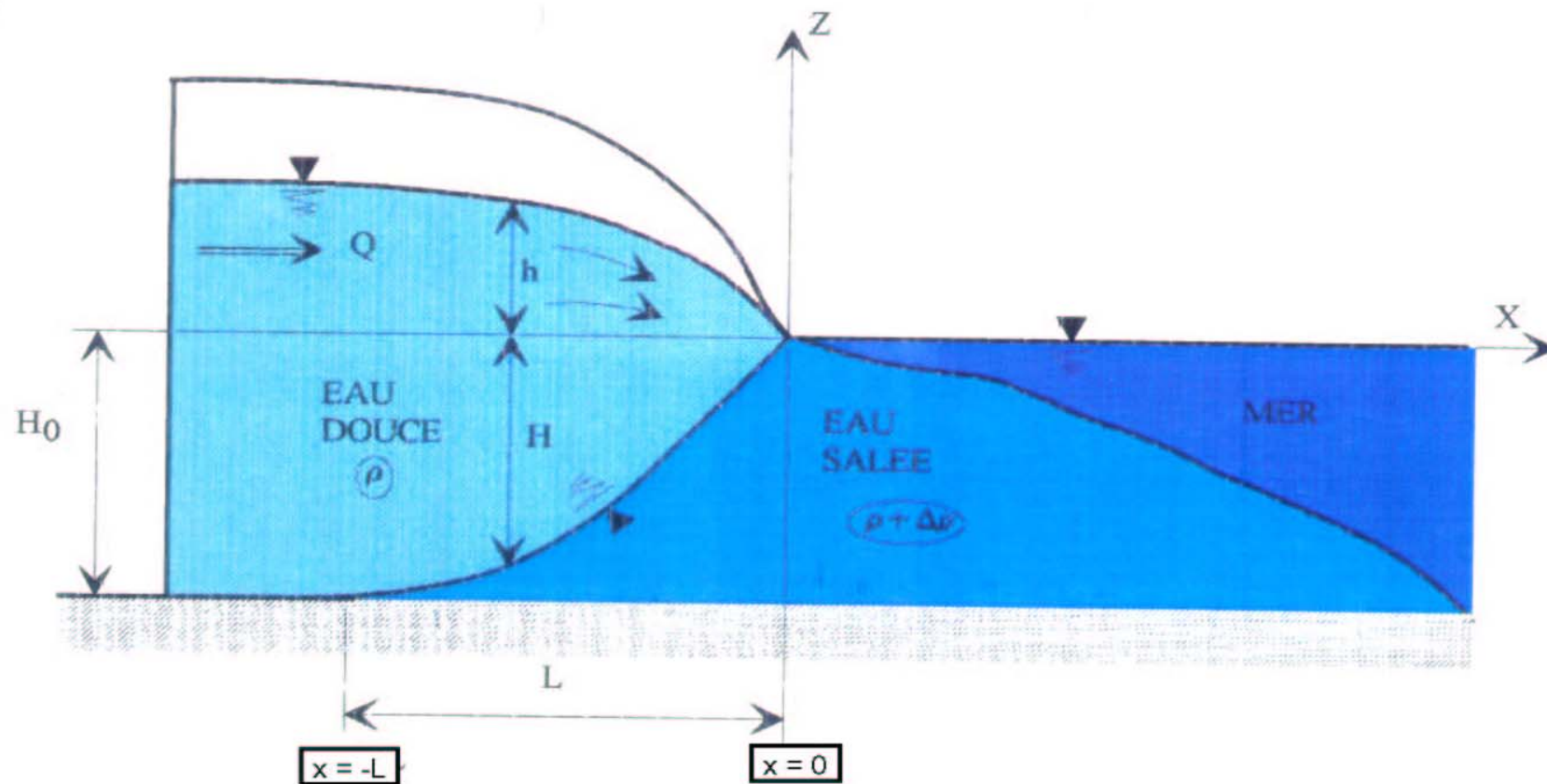


Figure A : Schéma de l'intrusion d'un coin salé à l'équilibre dans une nappe côtière phréatique, sans recharge ni pompages, en symétrie plane (la coupe est transverse au trait de côte).

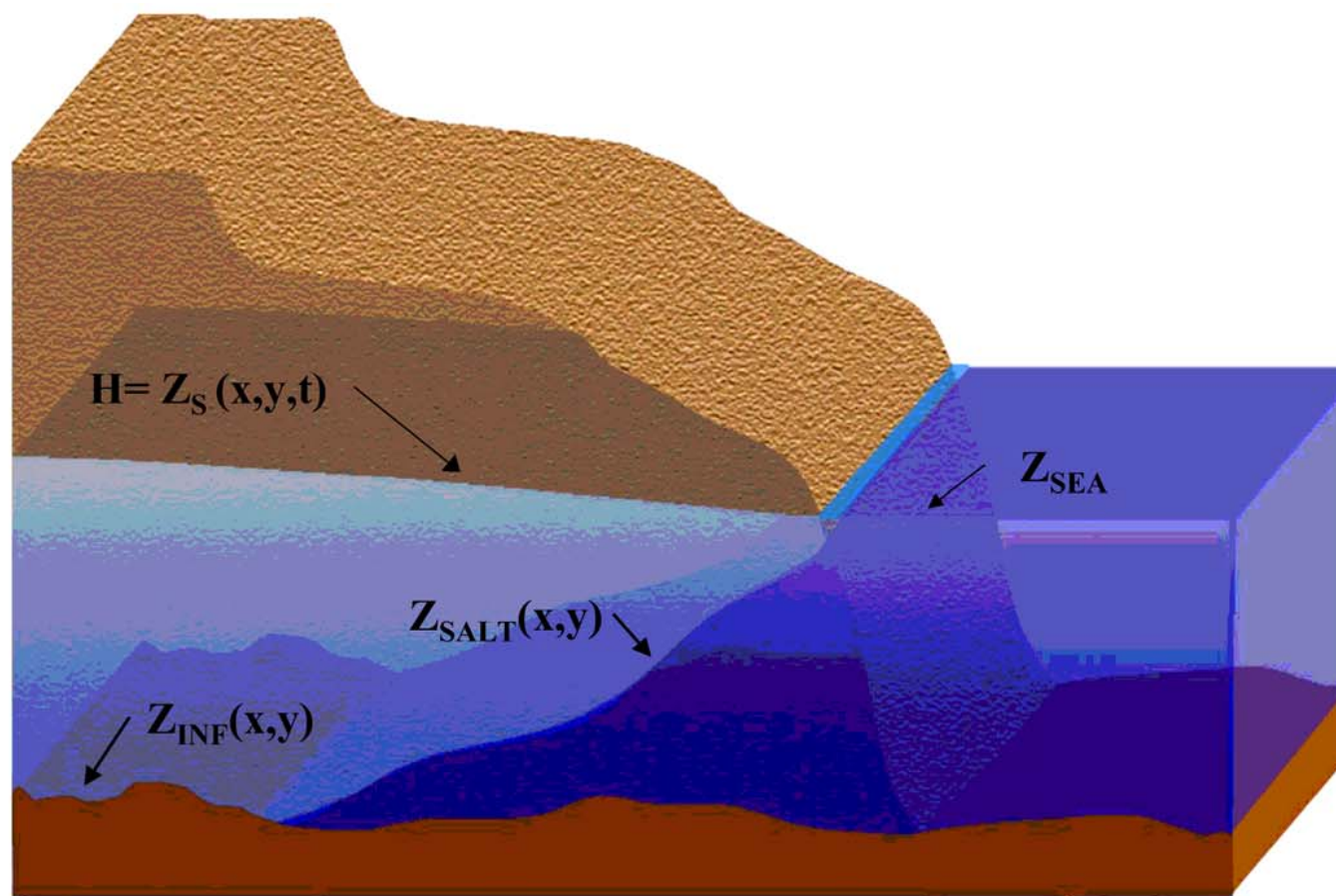


Figure A+ : Schéma de l'intrusion d'un coin salé à l'équilibre dans une nappe côtière phréatique, sans recharge ni pompages (vue en perspective, milieux hétérogène sans symétrie plane).

Noter que le problème de la **Figure A** est étudié en régime permanent, sans recharge (ni infiltration, ni évaporation) et sans pompages. Le milieu étant supposé homogène, et le trait de côte rectiligne, le problème est à symétrie plane (on étudie donc une coupe transverse à la côte).

On suppose connu le débit Q de la nappe d'eau douce vers la côte. Cet écoulement quasi-permanent est contrôlé par les conditions hydrologiques régnant plus loin vers l'intérieur des terres.

On se propose alors de calculer les profils $H(x)$ et $h(x)$ caractérisant la surface libre de la nappe et de l'interface eau douce-eau salée. On déterminera en particulier la distance L correspondant au point de rencontre (point triple) eau de mer - eau douce - plancher imperméable.

Pour résoudre ce problème, on utilisera les équations d'écoulements en milieux poreux avec

- ◆ une approximation quasi-hydrostatique (verticalement) dans l'eau douce, et
- ◆ une hypothèse totalement hydrostatique dans l'eau de mer (!).

Le coin salé est donc quasi-statique (équilibre), mais on tiendra compte (par la loi de Darcy) des pertes de charges dues à l'écoulement quasi-horizontale de la nappe d'eau douce. Les calculs doivent évidemment aussi tenir compte de la différence de densité eau douce / eau salée.

Noter que le coin salé est situé « en-dessous », l'eau salée étant plus lourde que l'eau douce qui "glisse" au-dessus du "coin salé". On parle aussi de « biseau salé ». En anglais : *salt water wedge*.

A2. CALCUL DE LA NAPPE D'EAU DOUCE ET DU COIN SALE ($0 \leq x \leq -L$)

Voir les figures ci-dessus, notamment la **Figure A** illustrant l'intrusion d'un coin salé dans une nappe côtière en symétrie plane. On rappelle les hypothèses de calcul (régime permanent, Boussinesq-Dupuit, Ghyben-Herzberg, etc) :

- ◆ on calcule la configuration de la nappe d'eau douce et du coin salé en régime permanent;
- ◆ on utilise l'approximation "hydrostatique" pour la nappe salée (le coin salé);
- ◆ l'écoulement de la nappe d'eau douce est quasi-horizontal, verticalement hydrostatique;
- ◆ l'eau douce s'écoule vers la mer à un débit fixé, Q , exprimé en $\text{m}^3/\text{s}/\text{mètre}$ de côte;
- ◆ on tiendra compte de la différence de densité $\Delta\rho$ entre l'eau douce et l'eau salée;
- ◆ l'interface eau douce - eau salée est supposée abrupte, et la diffusion du sel de l'eau de mer dans la nappe d'eau douce est donc négligée.

On posera pour la suite :

$$(1a) \quad \begin{aligned} \text{Densité de l'eau douce : } \rho_D &= \rho \approx 1000 \text{ kg / m}^3 \\ \text{Densité de l'eau salée : } \rho_S &= \rho + \Delta\rho \approx 1035 \text{ kg / m}^3 \end{aligned}$$

$$(1b) \quad \varepsilon = \Delta\rho/\rho \approx 0.035$$

Boussinesq-Dupuit

L'écoulement quasi-plan (quasi-horizontal) de la nappe d'eau douce est régi par l'équation de Boussinesq, dans le cadre des hypothèses classiques de Dupuit. Cela donne, en régime permanent sans terme puit-source (pas d'infiltrations ni de pompages), avec symétrie plane, pour $-L \leq x \leq 0$:

$$(2) \quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial h}{\partial x} \right) = 0 \\ T = K(H + h) \end{cases}$$

où T est la transmissivité hydraulique de l'aquifère pour la nappe d'eau douce (m^2/s), K étant la conductivité hydraulique du massif poreux (m/s).

On a utilisé dans cette équation une loi de Darcy intégrée verticalement, soit, pour $-L \leq x \leq 0$:

$$(3) \quad Q = -T \frac{\partial(H_0 + h)}{\partial x} = -K(H + h) \frac{\partial h}{\partial x}$$

Noter que la hauteur d'eau qui intervient dans l'expression de la transmissivité est $H(x)+h(x)$, l'épaisseur de l'eau douce, tandis que la hauteur d'eau qui intervient dans le gradient hydraulique est la charge hydraulique $H_0+h(x)$, égale à la cote de la surface libre de la nappe d'eau douce par rapport à un repère fixe. (*NB : sans cette distinction, les résultats risquent d'être totalement faux !*).

Ghyben-Herzberg

On détermine maintenant une relation entre les hauteurs d'eau douce et d'eau salée, par le calcul des pressions exercées, respectivement, par des colonnes d'eau salée (supposée hydrostatique) et douce (supposée verticalement hydrostatique) : voir **schéma d'un tube en « U » fictif** traversant la nappe d'eau douce et le coin salé... On obtient ainsi :

$$\rho g(H + h) = (\rho + \Delta\rho)gH$$

d'où la relation de Ghyben-Herzberg (et de Badon) :

$$(4) \quad H = \frac{\rho}{\Delta\rho} h, \quad \text{soit encore : } H = \frac{h}{\varepsilon}.$$

Solution du problème (profils piézo et interface salée)

On insère maintenant la relation de Gyben-Herzberg dans l'équation d'écoulement de Boussinesq-Dupuit, ce qui donne (pour $-L \leq x \leq 0$) :

$$-K \left(1 + \frac{\rho}{\Delta\rho} \right) h \frac{\partial h}{\partial x} = Q \quad \Rightarrow \quad -\frac{K}{2} \left(1 + \frac{\rho}{\Delta\rho} \right) \frac{\partial}{\partial x} (h^2) = Q$$

On intègre l'équation ci-dessus en tenant compte du fait que le débit Q est une constante indépendante de x , et en appliquant la condition limite

$$(5) \quad h \approx 0 \text{ en } x = 0$$

Avec $\varepsilon = \Delta\rho/\rho$, la solution s'écrit :

$$(6) \quad h(x) = \sqrt{\frac{2Q}{K} \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon}} \sqrt{(-x)} \quad (\text{pour } -L \leq x \leq 0)$$

On en déduit $H(x)$ par la formule de Ghyben-Herzberg donnée plus haut :

$$(7) \quad H(x) = \sqrt{\frac{2Q}{K} \frac{1}{\varepsilon(1 + \varepsilon)}} \sqrt{(-x)} \quad (\text{pour } -L \leq x \leq 0)$$

On en déduit immédiatement la cote de la surface libre de la nappe $H_0+h(x)$, ainsi que son épaisseur $H(x)+h(x)$, du moins à droite du point $x=-L$, car ces relations ne sont valables que pour $-L \leq x \leq 0$.

Point triple (remarque)

On notera que la condition limite (5) n'est en fait qu'une fiction commode, une approximation irréalisable en pratique. Elle implique l'existence d'un point triple de jonction entre la nappe d'eau douce, la nappe d'eau salée, et le fond marin (à la côte), point infinitésimal par où s'écoulerait la totalité du débit d'eau douce Q . Ce point est singulier, car la vitesse du fluide y est infinie, et de plus,

on peut constater que les fonctions $h(x)$ et $H(x)$ ont une pente infinie pour $x \rightarrow 0$ (la surface libre et l'interface sont verticales à la jonction triple).

Longueur de pénétration du coin salé

Quoiqu'il en soit, le résultat simple ainsi obtenu permet de calculer la longueur de pénétration L du coin salé. En effet, en appliquant l'équation (7) et la condition :

$$(8) \quad H(x) = H_0 \text{ en } x = -L$$

on obtient finalement la relation souhaitée :

$$(9) \quad L = \frac{1}{2} \varepsilon (1 + \varepsilon) H_0^2 \frac{K}{Q}$$

Cette dernière relation donne donc la position du raccord de l'interface nappe douce - nappe salée avec le plancher imperméable, c'est-à-dire encore, la pénétration maximale du coin salé sous la nappe d'eau douce. En prenant $\varepsilon = \Delta\rho/\rho \approx 0.035$, valeur typique du contraste de densité entre l'eau de mer et l'eau douce, cela donne, pour $-L \leq x \leq 0$:

$$(10) \begin{cases} h(x) \approx 0.261 \sqrt{\frac{Q}{K} \cdot (-x)} \\ H(x) \approx 7.465 \sqrt{\frac{Q}{K} \cdot (-x)} \end{cases} \text{ et } L \approx 0.0181 H_0^2 \frac{K}{Q}$$

Vérification : on a bien $H(-L) = H_0$, et l'on obtient bien $h(-L) \approx 0.035 H(-L)$.

A3. APPLICATIONS NUMERIQUES (NAPPE ET COIN SALE POUR $-L \leq x \leq 0$)

Prenons maintenant un exemple concret.

Pour la conductivité hydraulique, dans le cas d'un aquifère relativement perméable, on prendra $K = 10 \text{ m/j}$. Pour la profondeur du plancher de la nappe par rapport au niveau de la mer, on prendra $H_0 = 10 \text{ m}$. On obtient alors la relation suivante entre le débit Q de la nappe d'eau douce, et la pénétration L du coin salé :

$$Q \times L = 18 \text{ m}^3/\text{j}$$

Donc, faible débit de nappe \Rightarrow forte pénétration du coin salé. Par exemple :

$$L = 100 \text{ m} \Leftrightarrow Q \approx 180 \text{ m}^3 / \text{j} / \text{km de côte}$$

$$L = 1 \text{ km} \Leftrightarrow Q \approx 18 \text{ m}^3 / \text{jour} / \text{km de côte}$$

A4. CALCUL DE LA FORME DE LA NAPPE A L'AMONT DU COIN SALE / INTERIEUR DES TERRES ($x \leq -L$)

Les relations précédentes donnant $h(x)$ et $H(x)$ ne sont pas applicables à l'amont du coin salé (vers l'intérieur des terres).

En effet, pour $x \leq -L$, on doit tenir compte du fait que le coin salé n'existe plus, d'où $H(x) = H_0$ constant, la relation de Ghyben-Herzberg n'étant évidemment plus applicable. La forme de la nappe vers l'amont n'est peut-être pas très pertinente, car nos hypothèses de travail ne précisent pas l'origine du débit Q ni les conditions limites vers l'intérieur des terres.

Calculs dans la zone amont (sans coin salé)

Si on veut malgré tout déterminer la forme de la nappe pour $x \leq -L$, on doit reprendre les calculs comme suit. On intègre l'équation de Boussinesq-Dupuit en $x \leq -L$ en posant $H=H_0$ et en prenant comme condition limite sur $h(x)$ la relation $h(-L) = \varepsilon H_0$ obtenue plus haut lors du calcul du coin salé :

$$(11) \begin{cases} Q = -K(H_0 + h) \frac{dh}{dx} & \text{pour } x \leq -L \\ h(-L) = \varepsilon H_0 & \text{en } x = -L \end{cases}$$

Cela donne après calculs, Q étant toujours supposé constant (pour une nappe sans recharge par infiltrations, ni pompages) :

$$(H_0 + h(x))^2 = H_0^2 \left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 - \frac{2Q}{K}(x + L)$$

en notant que $(x+L) \leq 0$ dans cette expression. D'où finalement, toujours pour $x \leq -L$:

$$(12) \quad \frac{h(x)}{H_0} = \sqrt{\left(1 + \frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 - \frac{2Q}{KH_0^2}(x + L)} - 1$$

qui représente le profil de la nappe d'eau douce à l'intérieur des terres (dans la zone amont ne comprenant pas de coin salé).

Jonction entre les deux zones (remarques)

On peut comparer le profil ci-dessus ($x \leq -L$) à celui obtenu dans la zone salée ($0 \leq x \leq -L$)..

On observe que la "pente" de la surface libre d'eau douce est discontinue en $x = -L$..

Cette pente est plus grande à l'amont du point $x = -L$ (zone sans coin salé) qu'à l'aval de ce point (zone du coin salé) ; la discontinuité est d'autant plus marquée que $(1/\sqrt{\varepsilon})$ est grand.

CHAPITRE 5. ETUDES & APPLICATIONS (HYDRAULIQUE SOUTERRAINE APPLIQUEE)

-

PLAN du Chapitre 5

Chapitre 5. Etudes & applications (hydraulique souterraine appliquée)

5.1. Introduction

5.2. Décharge d'une nappe à surface libre dans une rivière

5.3. Vidange d'une colonne de milieux poreux

5.4. Pompage en nappe libre en régime quasi-permanent

5.5. Bilan hydrique et capacité d'emmagasinement d'une nappe libre

5.6. Circulations d'eaux souterraines en coupe verticale.

5.7. Temps de réponses hydrauliques de nappes (libres, captives)

5.8. Problème des 3 piézomètres (gradient, flux, traçage)

5.9. Nappe libre avec drainance au plancher ("pb. inverse")

5.10. Digue en terre triangulaire (débit de fuite par suintement)

5.11. Débit de fuite dans un tunnel (*Groundwater inflow in a tunnel*)

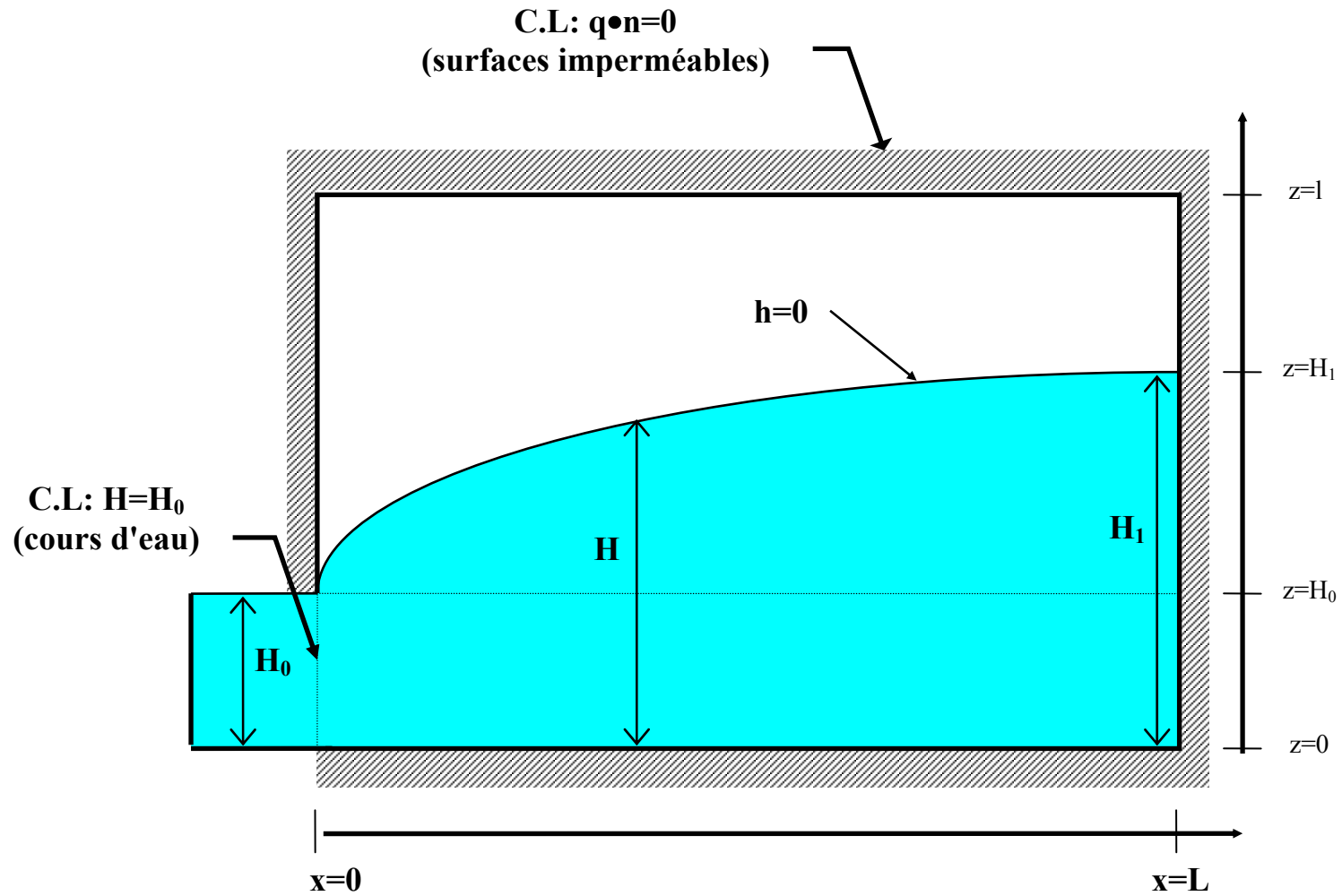
5.12. Problèmes d'intrusions salines en nappes côtières

5.1. Introduction

Ce chapitre constitue une partie complémentaire au reste du texte. On y a rassemblé des exercices d'hydraulique souterraine et des études hydrogéologiques. On y applique les concepts et les modèles d'écoulements des cahpitres précédents, en les approfondissant parfois. Les études proposées concernent les circulations d'eau et de polluants à travers sols, nappes, bassins. En voici une liste non exhaustive :

- pompages en nappes souterraines (caractérisation et exploitation),
- intrusion saline (aquifères côtiers),
- interaction nappe-rivière,
- débits de fuite (digues, barrages),
- hydrologie non-saturée,
- infiltration - submersion,
- écoulements de subsurface (hypodermiques),
- circulations profondes (écoulements horizontaux et verticaux),
- milieux hétérogènes,
- migration de traceurs et de polluants (...)

5.2. Décharge d'une nappe à surface libre dans une rivière



Problème:

- On considère une nappe à surface libre alimentant un cours d'eau. Après recharge de la nappe, par infiltration directe d'une pluie, jusqu'au régime permanent, ce qui se traduit par l'égalité des débits entrant à la surface du sol et sortant au niveau de l'interface nappe-rivière, on supprime l'alimentation en surface. Commence alors, à $t = 0$, la décharge de la nappe pour laquelle on va tenter de trouver une expression analytique donnant la position de tout point situé sur la surface libre de la nappe, en fonction du temps: $H(x,t)$. Une loi d'évolution du débit $Q(t)$ apporté au cours d'eau par la nappe sera aussi cherchée (loi de tarissement).

Hypothèses:

- Les écoulements se produisant dans la zone saturée sont quasi-horizontaux et vérifient les équations de Boussinesq;
- La vidange de la nappe dans le cours d'eau est instantanée et les écoulements dans la zone insaturée sont négligés;
- Le milieu est incompressible;
- Le profil initial de la nappe est approché par :

$$H(x,0) = H_0 + (H_1 - H_0) \sin\left(\frac{\Pi x}{2L}\right).$$

Equation de Boussinesq appliquée à la zone saturée:

L'équation de conservation de la masse et l'équation de Darcy sont intégrées sur la hauteur de la nappe en supposant les écoulements quasi-horizontaux (hypothèses de Dupuit), d'où les équations 2D (x,y):

$$S \frac{\partial H}{\partial t} = -div[\mathbf{q}] \quad \mathbf{q} = -KHgrad(H)$$

- H est la charge hydraulique moyennée sur la hauteur de la zone saturée reposant sur une base horizontale. En fait, en considérant les écoulements quasi-horizontaux dans la nappe, la charge $H = h+z$ est constante sur toute section perpendiculaire au plan (x,z) et est égale à la hauteur de la nappe.
- S est un coefficient d'emmagasinement adimensionnel défini par $S = \phi + S_s H$ où ϕ est la porosité effective du milieu (en m^3/m^3), et S_s est la storativité spécifique traduisant les effets de compressibilité. Pour une nappe libre, on peut négliger la compressibilité devant la capacité d'emmagasinement des pores (prendre $S = \phi$).
- K est la conductivité hydraulique du milieu à saturation (en m/s).
- Le produit KH représente ici, pour une nappe à plancher horizontal, la transmissivité hydraulique T (m^2/s).
- q est le débit spécifique, ou flux par unité de longueur transverse à l'écoulement (m^2/s).

En combinant les deux équations précédentes, et compte tenu des remarques ci-dessus, on a:

$$\phi \frac{\partial H}{\partial t} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T \frac{\partial H}{\partial y} \right) \right]$$

Enfin, par symétrie plane dans la direction « y », i.e., en supposant un tronçon rectiligne rivière-bassin suivant la direction « y », on obtient :

$$\boxed{\phi \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right)} \quad (1)$$

Cette équation qui est non linéaire du fait du terme $T=KH$. Pour la résoudre, on fait l'approximation $T \approx T^*=KH^*$, où H^* est une hauteur fixée de la nappe à déterminer. On obtient l'équation linéarisée:

$$\phi \frac{\partial H}{\partial t} = T^* \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} \quad (2)$$

avec les conditions initiale et aux limites :

$$\text{C-L : } x = 0 : H(0, t) = H_0 \quad \text{C-L : } x = L : \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=L} = 0$$

$$\text{C-I : } t = 0 : \mathbf{H}(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = \mathbf{H}_0 + (\mathbf{H}_1 - H_0) \sin\left(\frac{\pi x}{2L}\right)$$

On résout ce problème par la méthode de séparation des variables, appliquée à la variable transformée :

$$h(x,t) = H(x,t) - H_0.$$

Le point de départ consiste donc à poser:

$$h(x,t) = X(x) T(t).$$

D'où finalement, après calculs (...):

$$H(x,t) = H_0 + (H_1 - H_0) \sin\left(\frac{\pi x}{2L}\right) \exp\left(-\frac{\pi^2}{4L^2} \frac{T^*}{\Phi} t\right) \quad (5)$$

On peut vérifier que les conditions aux limites sont bien respectées.

On en déduit le débit spécifique (en $\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$) sortant à l'interface nappe-rivière:

$$Q(0,t) = K \cdot H(0,t) \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial x} \right)_{x=0}$$

soit:

$$Q(0,t) = KH_0 \frac{\pi}{2L} (H_1 - H_0) \exp\left(-\frac{\pi^2 T}{4L^2 \Phi} t \right) \quad (6)$$

L'équation (6) peut se mettre sous la forme :

$$Q(t) = Q_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau} \right), \text{ avec } \boxed{\tau = \frac{4L^2 \Phi}{\pi^2 KH^*}}$$

et l'on voit que la loi de tarissement est exponentielle, avec un temps caractéristique τ donné ci-dessus.

Il ne reste plus qu'à donner une valeur appropriée à H^* permettant de justifier la linéarisation de l'équation (1).

On voit que cette hypothèse n'est opportune qu'à condition que le rapport $(H_1 - H_0) / H_0$ soit (très) inférieur à 1, auquel cas on peut prendre par exemple : $H^* \approx (H_0 + H_1)/2$.

5.3. Vidange d'une colonne de milieu poreux

(...)

5.4. Pompage en nappe libre en régime quasi-permanent

ÉNONCE. On considère la solution du pompage en régime quasi-permanent dans une nappe libre, traitée dans le polycopié [cf. Corrigé du "*Problème I : Pompage et transferts de polluants...*": équations (4*a) et (4*b) en particulier].

- 1) Retrouvez (redémontrez) la solution donnant la hauteur d'eau h en fonction de la distance r au puits de pompage (en détaillant le calcul et en suivant les indications du polycopié).
- 2) De même, expliquez pourquoi et comment l'hypothèse de faibles rabattements ($s(r) \ll h_0$) conduit à la solution $s(r)$ linéarisée donnée par l'équation (3*) du polycopié.
- 3) Le pseudo-rayon d'action R_0 est supposé constant; cependant il dépend en fait du temps écoulé depuis le début du pompage (t_p). Une formule semi-empirique permet de l'estimer comme suit:

$$R_0(t_p) \approx \frac{3}{2} \sqrt{\frac{T_0 t_p}{C}} \quad [\text{Jacob-Cooper; Schnneebeili;...}]$$

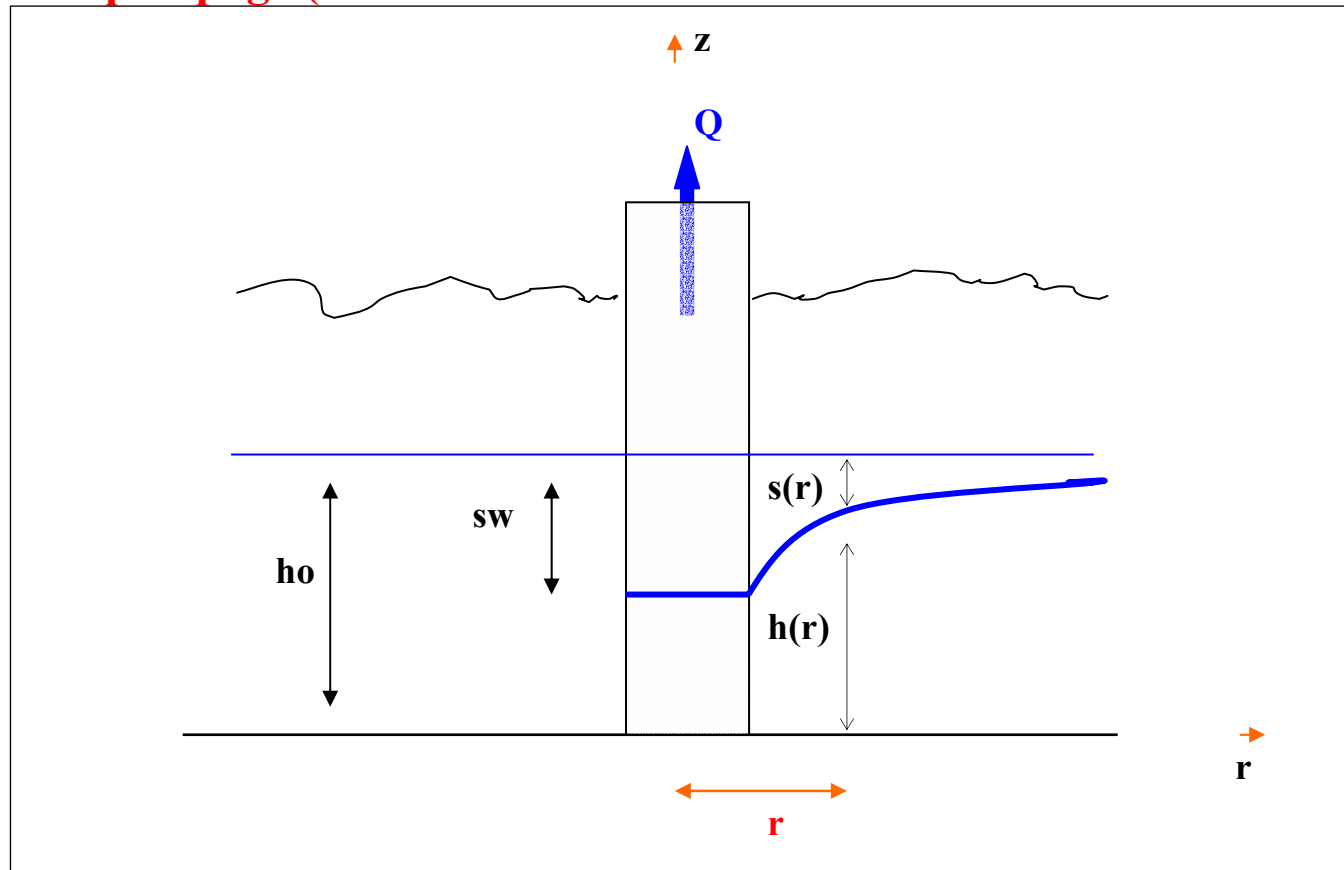
Est-ce que le débit nécessaire pour atteindre un rabattement donné au niveau du puits augmente ou diminue avec la perméabilité de l'aquifère ?

4. Application numérique : calculer le rayon d'action, et le débit permettant d'atteindre un rabattement de 0.5 m au puits. Données : $t_p = 1$ j; $K = 50$ m/j; $C = 0.20$; $r_w = 10$ cm; $h_0 \approx 4$ m.

CORRIGÉ

On considère la solution du pompage en régime quasi-permanent dans une nappe libre, traitée dans le polycopié [cf. Corrigé du "*Problème I : Pompage et transferts de polluants...*": éqs (4*a)-(4*b)].

1) Retrouver (démontrer) la solution donnant la hauteur d'eau "h" en fonction de la distance "r" au puits de pompage (en détaillant le calcul et en suivant les indications du polycopié).



(i) **Conservation de masse sur le cylindre de rayon r et de hauteur $h(r)$:**

$$2 \pi q_r r h(r) = - Q \quad [\text{par convention, on prend un débit d'extraction } Q > 0]$$

(ii) **Loi de Darcy en coordonnées cylindriques :**

$$q = -K \nabla H \Rightarrow \begin{bmatrix} q_r \\ q_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K \partial h / \partial r \\ 0 \end{bmatrix} \text{ d'où } q_r = -K \partial h / \partial r ,$$

en notant que $H = h + Z_p = h$ car le plancher P est plan et horizontal (prendre $Z_p=0$).

(iii) **En combinant (i) et (ii)...on obtient l'éq. d'écoulement vers le puits :**

$$-2\pi r K h \partial h / \partial r = -Q$$

(iv) **Solution de l'équation par intégration directe .**

En utilisant $2h \, dh/dr = d(h^2)/dr$ et en intégrant sur $[r, \infty[$, c'est-à-dire de $h=h(r)$ à $h=h_0$, on obtient :

$$h_0^2 - h(r)^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln\left(\frac{R_0}{r}\right), \text{ d'où, au puits } (r = r_w) : h_0^2 - h_w^2 = \frac{Q}{\pi K} \ln\left(\frac{R_0}{r_w}\right).$$

En soustrayant les deux formules précédentes, puis en formant leur rapport, on obtient alors finalement les formules [4a*-4b*] du polycopié, soit :

$$(a) : h(r)^2 - h_w^2 = \left(h_0^2 - h_w^2\right) \frac{\ln(r/r_w)}{\ln(R_0/r_w)}$$

$$(b) : Q = \pi K \frac{(h_0^2 - h_w^2)}{\ln(R_0/r_w)}$$

2) De même, expliquer pourquoi et comment l'hypothèse de faibles rabattements ($s(r) \ll h_0$) conduit à la solution $s(r)$ linéarisée donnée par l'équation (3*) du polycopié.

- (i) Le rabattement "s" est la différence de niveau entre la nappe au repos et la nappe en régime de pompage. Posons donc :

$$s(r) = h_0 - h(r),$$

$$s_w = h_0 - h_w,$$

$$s_0 = 0 \text{ (par construction)...}$$

- (ii) Considérons l'équation (a) plus haut. Factorisons les différences quadratiques de charge qui apparaissent dans cette équation, soit : $h_r^2 - h_w^2 = (h_r - h_w)(h_r + h_w)$ et $h_0^2 - h_w^2 = (h_0 - h_w)(h_0 + h_w)$, en notant $h(r) = h_r$ par commodité. Insérons alors les identités $h(r) = h_0 - s(r)$, $h_w = h_0 - s_w$. On obtient :

$$(s_w - s(r)) \left(h_0 - \frac{s_w + s(r)}{2} \right) = s_w \left(h_0 - \frac{s_w}{2} \right) \frac{\ln(r / r_w)}{\ln(R_0 / r_w)}$$

- (iii) Il est clair que cette équation devient approximativement linéaire, et donc plus simple à analyser, si l'on peut négliger le rabattement "s" (qui est maximal au puits) par rapport à l'épaisseur saturée de l'aquifère (h_0). En supposant donc $s(r) \leq s_w \ll h_0$, on obtient :

$$s(r) \approx s_w \frac{\ln(R_0 / r)}{\ln(R_0 / r_w)}$$

- (iv) Par ailleurs, en insérant les rabattements "s" dans l'équation du débit (b), puis en négligeant à nouveau "s_w" devant "h₀", on obtient :

$$Q = \pi K \frac{(h_0 - h_w)(h_0 + h_w)}{\ln(R_0 / r_w)} = 2\pi K \frac{s_w (h_0 - s_w / 2)}{\ln(R_0 / r_w)} \approx 2\pi K h_0 \frac{s_w}{\ln(R_0 / r_w)}$$

- (v) Enfin, en combinant les deux résultats précédents (former leur rapport) on obtient directement le rabattement en fonction du débit comme suit :

$$s(r) \approx \frac{Q}{2\pi T_0} \ln(R_0 / r) \quad , \quad \text{avec } T_0 \equiv K h_0 .$$

Ce dernier résultat est identique à l'équation [3*] du polycopié.

3) Le débit nécessaire pour atteindre un rabattement donné au niveau du puits augmente-t-il, ou diminue-t-il, avec la perméabilité de l'aquifère ?

Pour répondre à cette question, le pseudo-rayon d'action R_0 doit être connu. C'est pourquoi l'énoncé donne une formule permettant de l'estimer. On précise qu'il est supposé constant dans les formules de rabattement (obtenues en régime quasi-permanent), bien qu'il doive dépendre en fait de la durée du pompage (t_p) dans le problème réel (transitoire).

La **formule semi-empirique** proposée pour le rayon d'action « R_0 » est :

$$R_0(t_p) \approx \frac{3}{2} \sqrt{\frac{T_0 t_p}{C}} \quad [\text{Schneebeli (1966:II.3.8)}^1; \text{Cooper-Jacob (1946)}^2; \text{et al.}]$$

NB: Noter que cette formule est à rapprocher de la méthode de Cooper-Jacob 1946, qui part de l'analyse du problème transitoire (linéarisé si nécessaire), et propose une approximation logarithmique du rabattement transitoire :

$$s(r,t) \approx (Q/4\pi T) \ln(2.25 D t / r^2) \text{ où } T \approx K_h o \text{ et } D = T/C \approx K_h o/C.$$

Cette approche transitoire approchée semble avoir pour avantage de se passer de l'estimation d'un rayon d'action, mais en fait, pour une durée de pompage $t=t_p$ fixée, la notion de rayon d'action réapparaît en écrivant $s(r)$ sous la forme :

$$s(r) \approx (Q/2\pi T) \ln(R_0 / r) \text{ avec } R_0 = 1.5 (D t_p)^{1/2},$$

ce qui correspond exactement à la formule empirique R_0 donnée plus haut.

¹ Schneebeli G., 1966 : "Hydraulique Souterraine". Editions Eyrolles, Collection DER-EDF, Paris [1^{ère} éd.: 1966; tirages: 1966+1978+1987...], 362 pp.

² Cooper H.H., Jacob C.E., 1946 : "A generalized graphical method for evaluating formation constants and summarizing well field history". *Trans. Amer. Geophys. Union*, 27, pp. 526-534.

Pour répondre maintenant à la question posée, insérons $R_o(t_p)$ dans la loi débit-rabattement $Q(s)$. On obtient alors explicitement le débit Q en fonction de la perméabilité K pour un rabattement fixé au puits (soit $s=s_w$ fixé en $r=r_w$). Le résultat $Q(K)$ est :

$$Q \approx \frac{4\pi K h_0 s_w}{\ln\left(\frac{9 K h_0 t_P}{4 C r_w^2}\right)}$$

Par commodité, nous écrivons la fonction $Q(K)$ sous la forme réduite $Z(Y)$ définie par :

$$Z(Y) \approx \frac{Y}{\ln(Y)} ; Z \equiv \frac{Q}{A} ; Y \equiv B K ;$$

où les constantes A, B , sont définies par :

$$A \equiv \frac{4\pi h_0 s_w}{\frac{9 h_0 t_P}{4 C r_w^2}} ; B \equiv \frac{9 h_0 t_P}{4 C r_w^2} .$$

Analysons maintenant le comportement de la fonction débit-perméabilité $Z(Y)$ pour $Y > 0$.

(i) Etude analytique de $Z(Y)$:

- $Z = Y / \ln Y$: $Z < 0$ pour $Y < 1$, Z diverge et change de signe en $Y = 1$, $Z > 0$ pour $Y > 1$.
- $Z' = dZ/dY = (\ln Y - 1) / (\ln Y)^2$: $Z' < 0$ pour $Y < e$, Z' change de signe en $Y = e \approx 2.7$.
- $Z'' = d^2Z/dY^2 = (2 - \ln Y) / Y(\ln Y)^3$: Z'' change de signe en $Y = 1$ et en $Y = e^2 \approx 7.3$.

En conséquence, on voit que le débit Z devient non-physique (négatif) pour des perméabilités très faibles telles que $Y < 1$. On voit aussi que le débit est une fonction positive décroissante de la perméabilité dans le domaine des perméabilités faibles telles que $1 < Y < e$. On voit enfin que le débit est une fonction positive croissante avec la perméabilité dans le domaine des perméabilités suffisamment grandes telles que $Y > e$.

(ii) Etude graphique de $Z(Y)$:

Ces observations sont confirmées par l'étude graphique (**Figure ci-dessous**).

(iii) Etude du domaine de validité:

On voit que le débit augmente avec la perméabilité pour toute valeur de perméabilité suffisamment forte telle que $Y > e$, soit encore, pour toute perméabilité supérieure à une perméabilité critique :

$$K_C = e/B,$$

où B est une constante définie précédemment. On sait de plus que pour $K < 1/B$, les débits obtenus sont négatifs et les formules ne sont donc pas valides dans ce domaine de perméabilités.

Cependant, il reste la question de savoir si le domaine $1/B < K < e/B$ est physique ou non. Pour y répondre, étudions le rayon d'action R_o pour une perméabilité proche de la perméabilité critique $K_C = e/B$. On remarque que le rayon d'action est une fonction croissante de K , et sa valeur à la perméabilité critique $K_C = e/B$ est $R_o = e^{1/2} r_w$. Or les formules utilisées ne peuvent être valides qu'à condition (nécessaire) que le rayon d'action soit très supérieur au rayon du puits. On a donc :

$$R_o \gg r_w \quad \Rightarrow \quad K \gg K_C$$

La condition nécessaire $K \gg K_C$ permet d'assurer un rayon d'action très supérieur au rayon du puits, et du même coup, un débit d'extraction $Q > 0$. Or on constate ici, du même coup, que le débit est alors nécessairement une fonction monotone croissante de la perméabilité.

(iv) Conclusion:

On en conclut que :

**Le débit de pompage augmente avec la perméabilité K ,
si l'on maintient fixé le rabattement au puits.**

Ce comportement est limité au domaine de validité $R_o \gg r_w$, qui implique une perméabilité supérieure à la perméabilité critique K_c .

Intuitivement, ce résultat est en accord avec la loi de Darcy $Q = KJ$ appliquée globalement à l'échelle du domaine. En effet, imposer le rabattement au puits revient à imposer la perte de charge globale J à l'échelle du domaine, et à régler ensuite le débit en fonction de la perméabilité de façon à atteindre cette perte charge. Le débit augmente donc avec K comme dans la loi de Darcy¹.

¹ Le fait que le débit ne soit pas proportionnel à K dans la formule de rabattement globale (contrairement à la loi de Darcy locale qui est linéaire en K) est dû aux effets géométriques de l'écoulement radial, entre autres.

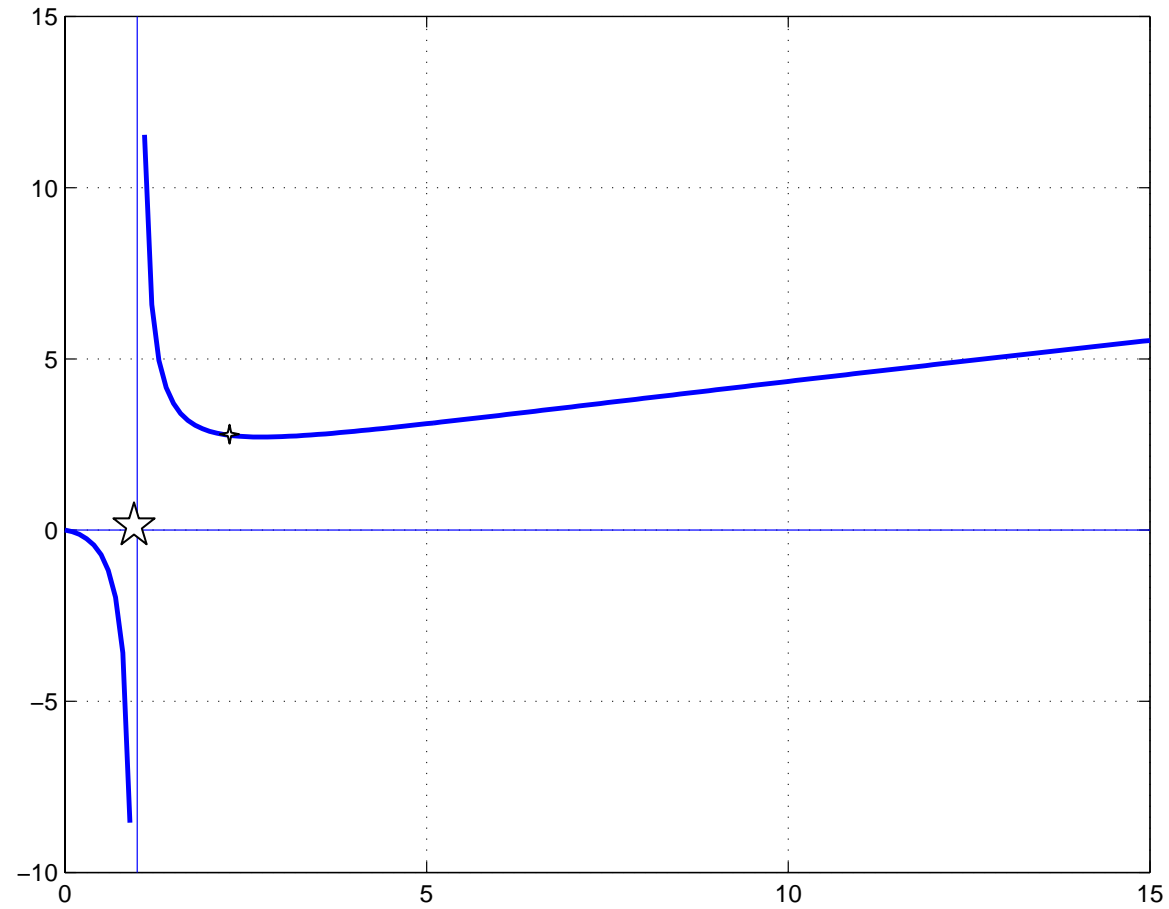
DEBIT – PERMEABILITE

Figure : Représentation graphique de la fonction « débit-perméabilité » $Z(Y)=Y/\ln Y$.

Dans cette **figure**, l'ordonnée représente le débit normalisé $Z=Q/A$ et l'abscisse la perméabilité normalisée $Y = B.K$ (voir texte). La "perméabilité" $Y=e$ correspond à un "débit" minimum local $Z=e$. La "perméabilité" $Y=1$ correspond à une singularité du "débit" Z , qui diverge positivement et négativement de part et d'autre de $Y=1$. Noter que les débits sont négatifs ($Z < 0$ non physique) pour les perméabilités faibles ($Y < 1$).

PROGRAMME MATLAB DE VISUALISATION DE Z(Y)

<pre> Y=[0:0.1:15]; Z=Y./log(Y); plot(Y,Z); plot(Y,Z,'LineWidth',2), hold on, plot([1 1],[-10 15]), hold on, plot([0 15], [0 0]), hold off; grid on; </pre>	<pre> % Grille Y choisie après quelques essais % Il s'agit du log népérien % Ce plot pour une 1^{er} tracé simple % Ces plots pour le tracé final (meilleur) </pre>
---	---

Application numérique : Calculer le rayon d'action, et le débit permettant d'atteindre un rabattement de 0.5 m au puits. Utiliser les données suivantes :

- $t_p = 1 \text{ j}$;
- $K = 50 \text{ m/j}$;
- $C = 0.20 \text{ m}^3/\text{m}^3$;
- $r_w = 10 \text{ cm}$;
- $h_0 \approx 4\text{m}$.

(i).Explicitons d'abord un peu plus les données de l'énoncé :

- Rabattement au puits (objectif souhaité) : $s_w = 50 \text{ cm}$;
- Durée du pompage (imposée) : $t_p = 1 \text{ j}$;
- Rayon du puits de pompage (crépine) : $r_w = 10 \text{ cm}$;
- Epaisseur saturée de l'aquifère (tirant d'eau de la nappe libre) avant pompage : $h_0 = 4\text{m}$;
- Perméabilité de l'aquifère (ou plutôt conductivité hydraulique ici) : $K = 50 \text{ m/j}$;
- Capacité d'emmagasinement, ou porosité efficace de l'aquifère "libre" : $C = 0.20 \text{ m}^3/\text{m}^3$.

(ii). On en déduit les paramètres suivants :

Transmissité hydraulique "linéarisée" (non perturbée par le pompage) :

$$T_0 = K h_0 = 200 \text{ m}^2/j$$

(iii). On peut alors calculer le pseudo "rayon d'action" empirique :

$$R_0 = 3/2 \sqrt{200/0.20} \approx 48 \text{ m} \approx \boxed{50 \text{ mètres}}.$$

Remarquer que le rayon d'action est, comme il se doit, très supérieur au rayon du puits ($R_0/r_w = 500 \gg 1$). On n'est donc pas en dehors du domaine de validité des formules.

(iv). On peut alors calculer le débit permettant d'atteindre un rabattement de 50 cm au puits

$$Q = \frac{2\pi T_0 s_W}{\ln(R_0/r_w)} = \frac{2\pi \times 200 \times 0.50}{\ln(50/0.10)} \left[\text{m}^3/j \right] \approx \frac{628}{6.21} \left[\text{m}^3/j \right] \approx \boxed{100 \text{ m}^3/j}.$$

5.5. Bilan hydrique et capacité d'emmagasinement d'une nappe libre

(ÉNONCE):

FLUCTUATIONS SAISONNIERES DUES AUX IRRIGATIONS, POMPAGES, PLUIE/EVAPORATION.

Une nappe phréatique (à surface libre) est initialement positionnée à une profondeur de 28 m (*the water table is at a depth of 28 m*). Après un apport $I = 200$ mm par irrigation, le niveau de la nappe s'élève de 1 m. La pluie/évaporation est inconnue. Après cela, des pompages totalisant $P = 0.3$ millions de m^3/km^2 font redescendre la nappe de 2.2 m (par rapport au niveau précédent).

Calculer le bilan hydrique réel de la nappe, en particulier la recharge réelle R de la nappe pendant la période d'irrigation, et en déduire aussi le coefficient d'emmagasinement C de la nappe.

Conseil : Utiliser le modèle simple d'écoulement vertical 1D :

$$C \, dZ/dt = q_z.$$

(CORRIGE):

Brièvement, on ne demandait ici qu'un calcul très simple consistant à intégrer temporellement le modèle d'écoulement vertical (et à vidange/recharge instantanée) :

$$C \frac{dZ}{dt} = q_Z$$

En intégrant cette équation entre les temps t_1 et t_2 cela donne :

$$C [Z_S(t_2) - Z_S(t_1)] = \int_{t_1}^{t_2} q_Z(t) dt$$

CAPACITE x [RABATTEMENT ou REMONTEE] = VOLUME NET EXTRAIT ou INJECTE.

Calculs de bilans :(i) Montée de la nappe (t0 → t1)

$$C \cdot (Z_1 - Z_0) = I - E = R_{\text{Nette}} \text{ (inconnue pour l'instant)}$$

(ii) Baisse de la nappe (t1 → t2)

$$C \cdot (Z_2 - Z_1) = -P \text{ (connue)} \rightarrow C \text{ (déterminée ci-dessous)}$$

(iii) Détermination de la porosité efficace C

$$C = P / (Z_1 - Z_2) = 3 / 2.2 = 0.136 = 13.6\%$$

(iv) Détermination de la recharge nette R_N :

$$R_{\text{Nette}} = C \cdot (Z_1 - Z_0) = 0.136 \times 1 \text{ mètre} = 0.136 \text{ mètre} = 136 \text{ mm.}$$

$$\text{Evapotranspiration } E = I - R_{\text{Nette}} = 200 \text{ mm} - 136 \text{ mm} = 64 \text{ mm.}$$

Noter que l'évapotranspiration E est calculée ici indirectement (par bilan). La valeur obtenue paraît réaliste à l'échelle de la décade ou du mois (selon le climat et la culture).

Noter aussi que peut considérer comme une "perte" la part des irrigations I ayant rejoint la nappe sans être consommée en évapotranspiration E (ceci en négligeant les pertes par évaporation directe incluses dans E).

5.6. Circulations d'eaux souterraines en coupe verticale.

Solution analytique exacte (par séparation de variables - voir cours):

$$H(x, z) = L_z + \frac{1}{2} L_x \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{4}{\pi^2} L_x \operatorname{tg}(\alpha) \times \sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{\cos\{(2n+1)\pi x / L_x\} \times \cosh\{(2n+1)\pi z / L_x\}}{(2n+1)^2 \cosh\{(2n+1)\pi L_z / L_x\}}.$$

Remarque 1 - adimensionalisation :

Noter que la solution $H(x,z)$ ci-dessus peut se ré-écrire de façon plus compacte en adimensionnalisant les variables comme suit :

$$\Phi \leftarrow H/L_x, \quad X \leftarrow x/L_x, \quad Z \leftarrow z/L_z,$$

et en introduisant comme paramètre géométrique le rapport d'aspect :

$$a = L_z / L_x.$$

Remarque 2 - gradient hydraulique global :

Rappelons la condition limite à la surface du massif géologique :

$$z = L_z : H(x, L_z) = L_z + x \operatorname{tg}(\alpha).$$

On voit donc que le **gradient hydraulique global** à la surface du massif est, pour la composante horizontale :

$$J_x = - dH/dx = - \operatorname{tg}(\alpha).$$

Solution analytique approchée (terme dominant de la série)

Appelons S la série infinie de l'équation précédente, et posons :

$$S(N) = \sum_{n=0}^{n=N} \frac{\cos\{(2n+1)\pi x / L_x\} \times \cosh\{(2n+1)\pi z / L_x\}}{(2n+1)^2 \cosh\{(2n+1)\pi L_z / L_x\}} = \sum_{n=0}^{n=N} s(n).$$

Ceci définit à la fois la suite $s(n)$ et la série partielle $S(N)$ formée à partir de $s(n)$. Si la série converge (ponctuellement ou uniformément), on écrit alors :

$$S = \lim S(N) \text{ lorsque } N \rightarrow \infty.$$

$$\text{et : } H(x, z) = L_z + \frac{1}{2} L_x \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{4}{\pi^2} L_x \operatorname{tg}(\alpha) \times S(x, z).$$

On constate maintenant que, z étant dans l'intervalle $[0, L_z]$, le cosinus hyperbolique qui apparaît au numérateur a comme borne supérieure $\cosh((2n+1)\pi L_z / L_x)$. On a donc :

$$\forall(x, z) : |s(n)| \leq \frac{1}{(2n+1)^2}.$$

Raisonnons « par point » -- étudions la **convergence** « ponctuelle » de $S(n)$ pour (x, z) fixé.

Convergence ponctuelle.

1. On sait que si $\sum |s(n)|$ converge alors $\sum s(n)$ converge, et la série $\sum s(n)$ est dans ce cas à la fois "convergente" et "absolument convergente" (en général, une série dont les termes ne sont pas tous positifs peut très bien être convergente sans être absolument convergente). Examinons donc les propriétés de la série $\sum |s(n)|$ qui est à termes positifs.
2. On sait qu'une série à termes positifs telle que $\sum |s(n)|$ converge si et seulement si $\sum |s(n)|$ est majorée $\forall n$ - mais ceci n'est pas utile ici.
3. On sait qu'une série à termes positifs telle que $\sum |s(n)|$ converge si le rapport $|s(n+1)/s(n)|$ satisfait le critère de D'ALEMBERT :
 $|s(n+1)/s(n)| \leq r < 1$ à partir d'un certain entier n_0 (donc pour $n \geq n_0$),
 ou encore (plus facile) si la limite $n \rightarrow \infty$ satisfait: $\lim |s(n+1)/s(n)| < 1$.
4. Or il est clair que nous avons ici $\lim |s(n-1)/s(n)| = 1$ quand $n \rightarrow \infty$, ce qui n'est pas une condition suffisante de convergence. Il faudrait donc s'attacher à analyser plutôt le critère $|s(n+1)/s(n)| \leq r < 1$.
5. Une autre approche possible, plus simple ici, est d'utiliser le critère de majoration suivant : si $\sum |b(n)|$ est une série convergente et si $|a(n)| \leq |b(n)|$ ($\forall n \geq n_0$), alors la série $\sum |a(n)|$ est convergente.¹
6. Ici nous avons $|s(n)| \leq 1/(2n+1)^2$ et nous devons donc considérer la série $\sum 1/(2n+1)^2$: est-elle convergente ? Oui, on peut le montrer (...).²
7. On a donc convergence absolue de la série $S = \sum s(n)$.

¹ On garde partout les valeurs absolues pour montrer qu'on étudie les séries à termes positifs et/ou qu'on cherche à démontrer si possible la convergence absolue - démarche que nous avons choisie ici.

² On sait que la série puissance $\sum 1/n^w$ diverge fortement pour un exposant $w \leq 1$ et converge pour $w > 1$.

Constataions empiriques

De plus, on constate que les termes successifs $s(n)$ de la série S sont fortement décroissants en valeur absolue, puisque $|s(n)| \leq 1/(2n+1)^2 \forall (x,z)$. Les valeurs numériques du terme majorant sont :

- Terme $n = 0$: $|s(0)| \leq 1$
- Terme $n = 1$: $|s(1)| \leq 1/9$
- Terme $n = 2$: $|s(2)| \leq 1/25$
- Terme $n = 3$: $|s(3)| \leq 1/49$
-
- Terme $n = 32$: $|s(32)| \leq 1/4225$
-

Tout ce qui précède nous incite à approcher la solution en série par les premiers termes.

On vérifiera en particulier, par comparaison directe de la solution $H(x,z)$ tronquée à différents ordres, que le tout premier terme d'ordre $n = 0$ fournit déjà une 1^{ère} approximation acceptable (en particulier dans le cas d'un domaine carré avec $L_x = L_z$).

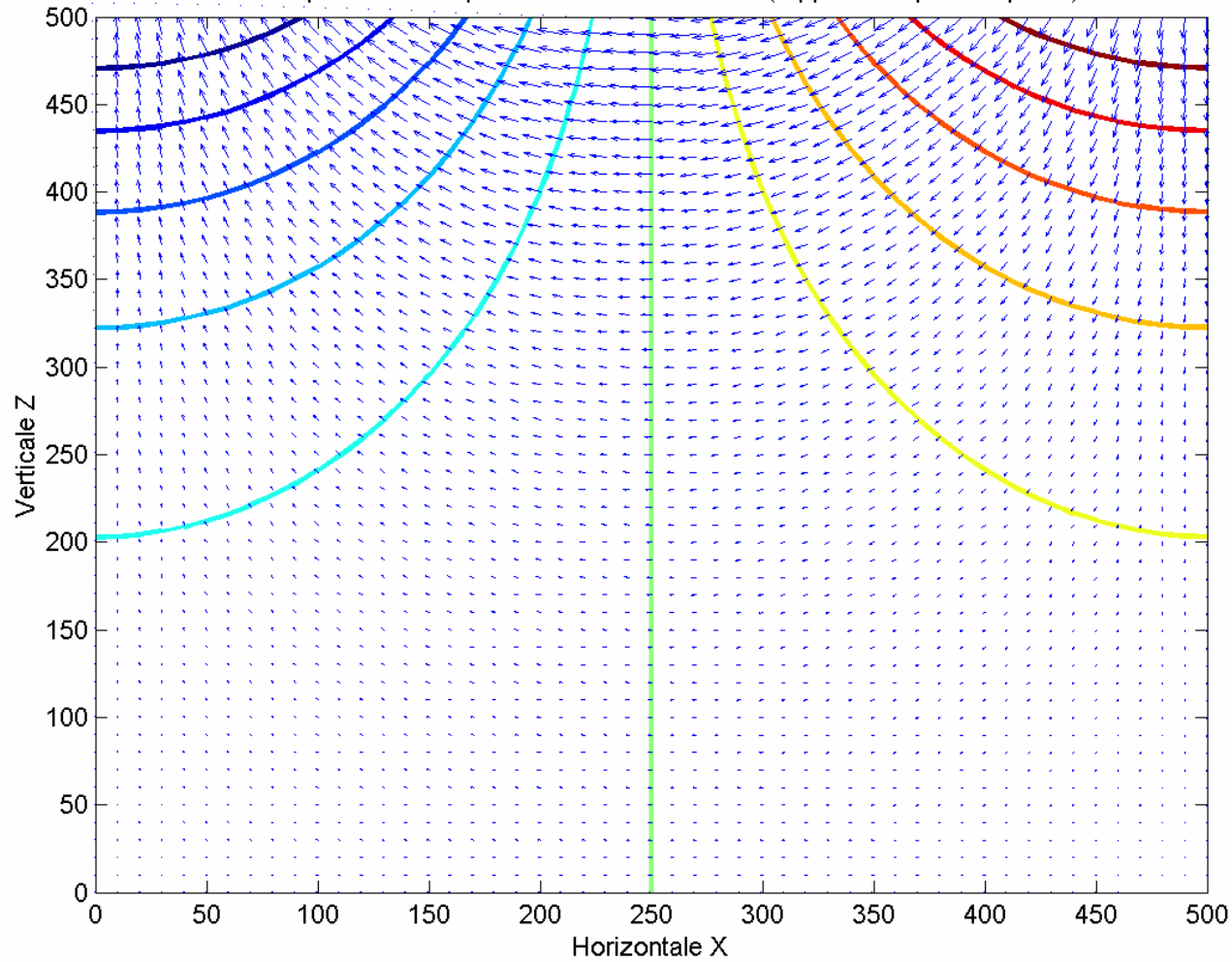
Cette solution tronquée à l'ordre zéro s'écrit :

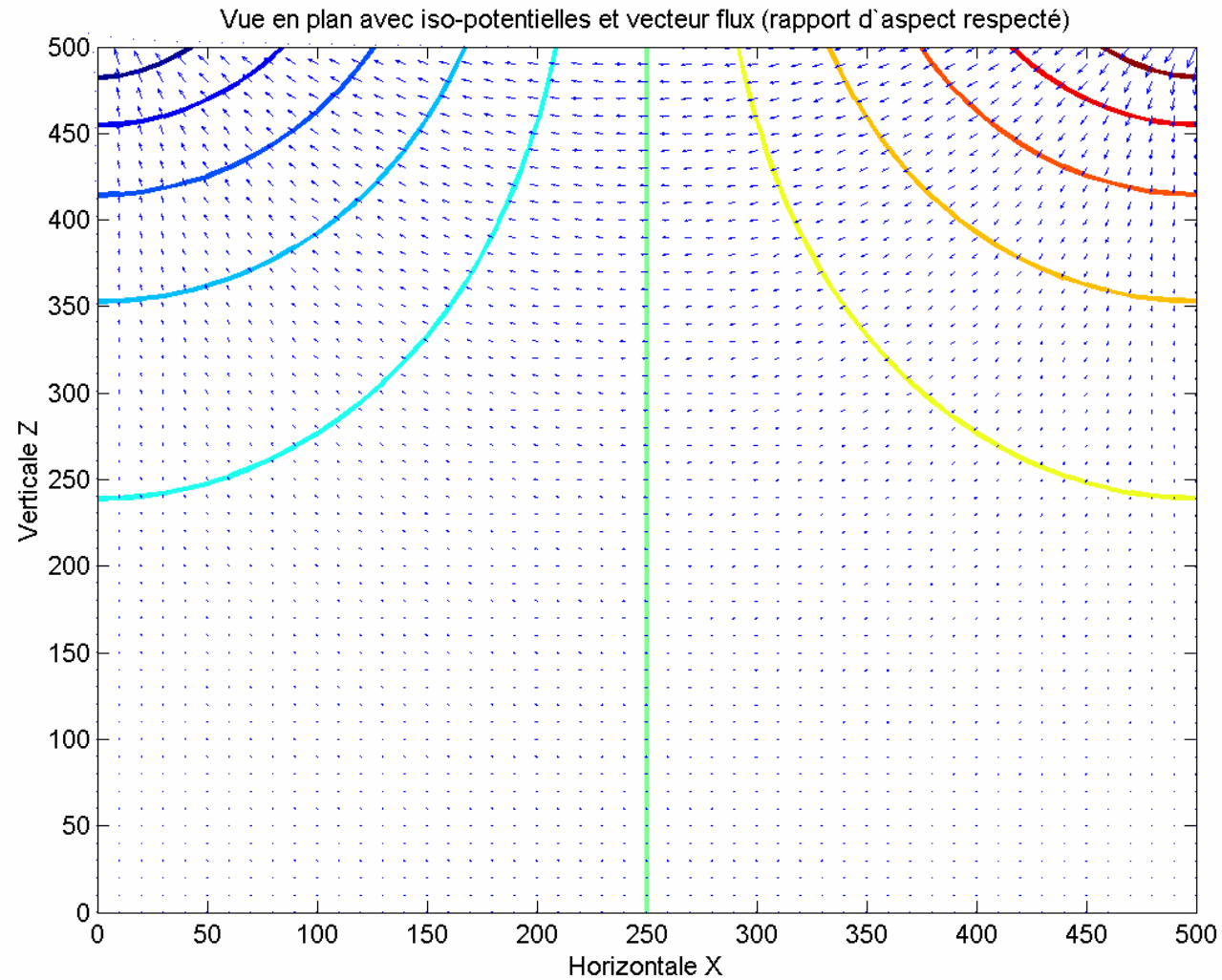
$$H(x, z) \approx L_z + \frac{1}{2} L_x \operatorname{tg}(\alpha) - \frac{4}{\pi^2} L_x \operatorname{tg}(\alpha) \times \left\{ \frac{\cos\{\pi x / L_x\} \times \cosh\{\pi z / L_x\}}{\cosh\{\pi L_z / L_x\}} \right\}.$$

SOLUTION GROSSIERE $H(x,z)$: SERIE TRONQUEE A L'ORDRE ZERO ($N = 0$)

$$L_x = L_z = 500 \text{ m}; \text{tg}(\alpha) = 0.001; K = 1 \text{ m/jour.}$$

Vue en plan avec iso-potentiellles et vecteur flux (rapport d'aspect respecté)



SOLUTION QUASI-EXACTE $H(x,z)$: SERIE TRONQUEE A L'ORDRE 32 (N = 32) $L_x = L_z = 500$ m; $\text{tg}(\alpha) = 0.001$; $K = 1$ m/jour.

5.7. Temps de réponses hydrauliques de nappes (libres, captives)

RESUME: Question de cours brève sur la comparaison des temps de réponse caractéristiques des nappes libres (phréatiques) et captives (confinées). Cela ne requiert que très peu de calculs.

ENONCE: On considère des **données typiques** représentatives des aquifères à nappes libres ou captives facilement « exploitables » par pompage :

- Compressibilité: $\alpha \approx 10^{-8}$ à 10^{-9} Pa⁻¹
- Porosité: $\phi \approx 0.15$ à 0.25 m³/m³
- Conductivité hydraulique: $K \approx 10^{-3}$ m/s
- Epaisseur saturée¹: $b \approx 10$ m

En raisonnant par **analyse dimensionnelle** (coefficient de diffusion) donner en fonction du temps "t" l'ordre de grandeur du rayon d'action caractéristique R(t) dû à une perturbation (intumescence hydraulique) initiale :

- Formule donnant R(t) pour une nappe libre;
- Formule donnant R(t) pour une nappe captive;

¹ Noter que "b" peut représenter l'épaisseur d'une nappe captive ou libre. Pour une nappe captive "b" peut être de l'ordre de 5m-100m. Pour une nappe libre "b" dépend de l'écoulement car $b = Z_s - Z_p = H - Z_p$ où H est la charge hydraulique $z + (p - \rho g) / \rho g$. On a choisi ici $b = 10$ m en supposant que "b" ou "H" varie peu en valeur relative.

Application : tracer les deux rayons d'action $R(t)$ sur un même graphique, et donner la valeur de $R(t)$ pour $t=1$ jour, ainsi que le temps T mis pour atteindre un rayon $r=10\text{m}$ (comparaison « libre »/ « captive »).

Interprétation : Ces formules sont-elles utilisables pour prédire le rayon d'action d'un puits d'exploitation lors d'un pompage continu ? Pourquoi ?¹

REPONSES :

Préliminaires : diffusion hydraulique

Tout d'abord, noter que la signification des coefficients hydrauliques des équations des nappes souterraines est résumée dans l' **ANNEXE A1** ci-jointe ².

A partir de l'**équation de Boussinesq** régissant les écoulements en nappe libre ou captive, on fait apparaître un coefficient de diffusion hydraulique "D" comme suit. L'équation de Boussinesq des écoulements plans s'écrit :

$$C \frac{\partial H}{\partial t} = \text{div}(T \text{ grad} H) + f$$

¹ Voir la solution détaillée d'un problème classique de pompage dans le polycopié d'Hydrologie Souterraine, pp.107-113, Pb.I (Pompage quasi-permanent en nappe libre – rabattement et rayon d'action du pompage).

² Cette ANNEXE n'était pas nécessaire pour répondre aux questions. Elle est toutefois insérée dans ce corrigé en guise de complément et de récapitulation du cours.

où H représente la charge hydraulique locale ou la cote piézométrique (qui coïncide avec la cote de la surface libre s'il s'agit d'une nappe libre). Le terme f représente des forçages éventuels (alimentation, extraction, etc).

NB : Pour préciser la nature des coefficients, voir les Tableaux de l'Annexe A1. S'il s'agit d'une nappe captive, T est une donnée. Si c'est une nappe libre, T devient une fonction de l'inconnue H . S'il s'agissait d'un écoulement local 3D, T devrait être remplacé par K (mais le cas 3D ne sera pas envisagé ici).

En restant dans le cas d'une description intégrée "2D", on voit apparaître un coefficient de diffusion hydraulique de nappe :

$$D = \frac{T}{C} \left[m^2 s^{-1} \right]$$

Dans le plan de l'écoulement, ce coefficient exprime la vitesse de diffusion d'une intumescence infinitésimale δH de la charge hydraulique H , ou ce qui revient au même à un facteur près, de la pression totale ($P=p+\rho gz$).

Rappelons que la "charge hydraulique" ou "cote piézométrique" est définie par:

$$H = \frac{P - P_{ATM}}{\rho g} + z$$

Le point de vue précédent est confirmé par **l'analyse dimensionnelle** du coefficient de diffusion ¹ .

Supposons en effet qu'une perturbation infinitésimale δH soit provoquée dans le plan en un point $Mo(x_0, y_0)$. Prenons une échelle de temps " t_D ", et notons " r_D " la distance atteinte par la perturbation par rapport au point Mo pris comme origine. L'analyse dimensionnelle suggère :

$$D = \frac{r_D^2}{t_D} \left[m^2 s^{-1} \right]$$

On peut en déduire la loi d'évolution du "rayon d'action" de la diffusion :

$$r_D(t_D) = \sqrt{D \cdot t_D} ,$$

ou , renommant $r_D \equiv R$ et $t_D \equiv t$:

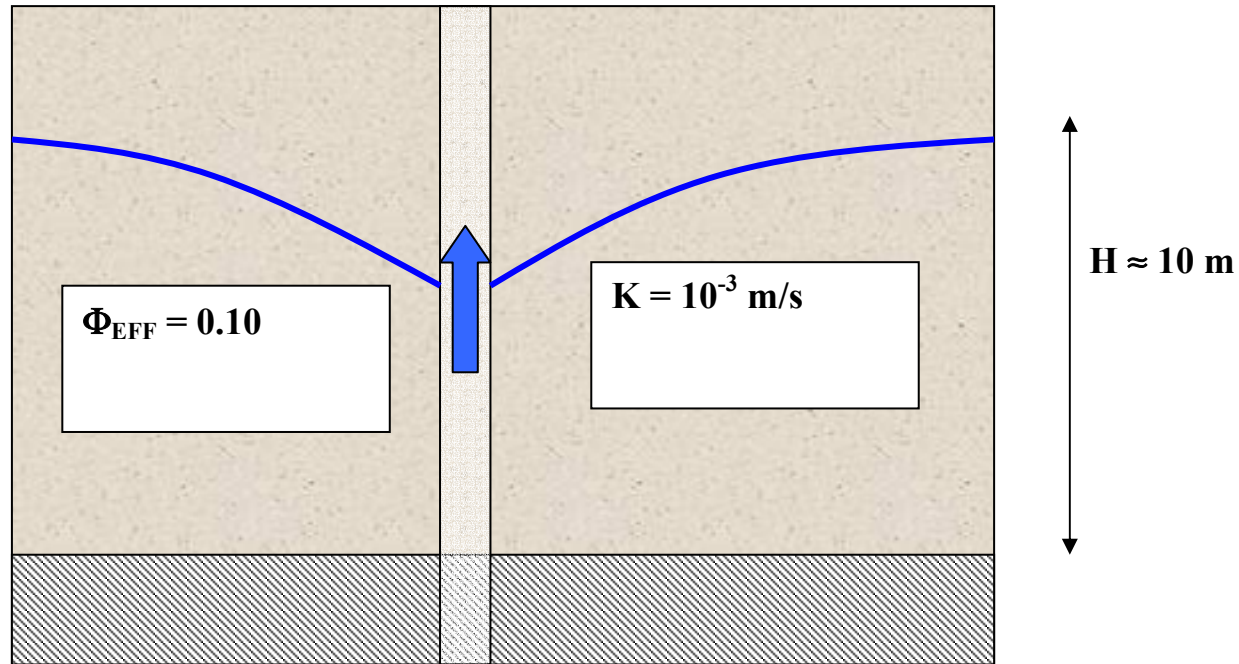
$$R(t) = \sqrt{D \cdot t}$$

En substituant alors les coefficients de diffusion hydrauliques correspondants, respectivement, aux cas de la nappe libre et de la nappe captive, on obtient finalement la réponse aux 2 premières questions...comme suit.

¹ L'analyse qui suit est applicable à d'autres phénomènes de diffusion physico-chimiques, thermiques, visqueux...

Rayon d'action diffusif $R(t)$ pour une nappe libre:

Considérons l'effet d'une extraction ou d'une injection infinitésimale par pompage dans une nappe libre à plancher horizontal ($Z_p = 0$), avec un puits totalement pénétrant – cf. **schéma** :



Pour une nappe libre à plancher horizontal ($Z_p = 0$), le coefficient de diffusion hydraulique est :

$$D_{LIBRE} \left[m^2 s^{-1} \right] = \frac{T}{C} \approx \frac{K.H}{\Phi_{EFF}} \rightarrow \text{pour les données choisies : } D_{LIBRE} \approx \frac{10^{-3} \text{ ms}^{-1} \times 10 \text{ m}}{0.10 \text{ m}^3 / \text{m}^3} \approx 0.10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}.$$

Avec

$$R(t) = \sqrt{D \cdot t}$$

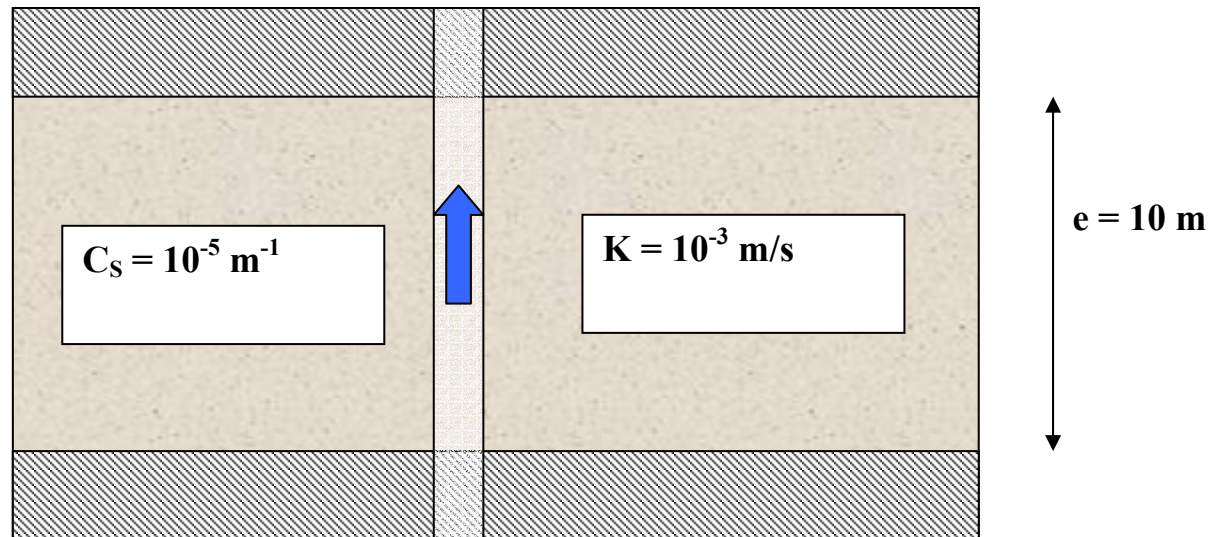
$$D \approx 0.10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

on obtient alors les valeurs suivantes du rayon d'action $R(t)$:

NAPPE LIBRE		
Temps t (secondes)	Temps t (jour/h/mn/s)	Rayon d'action diffusif R(t)
$t \approx 100 \text{ s}$	$t \approx 2 \text{ mn}$	$R \approx 3 \text{ m}$
$t \approx 10^4 \text{ s}$	$t \approx 3 \text{ h}$	$R \approx 30 \text{ m}$
$t \approx 10^5 \text{ s}$	$t \approx 1 \text{ j}$	$R \approx 100 \text{ m}$

Rayon d'action diffusif $R(t)$ pour une nappe captive:

Considérons l'effet d'une extraction ou d'une injection infinitésimale par pompage dans une nappe captive, avec un puits totalement pénétrant (**schéma**):



Pour une nappe captive, on a : $D_{CAPTIVE} [m^2 s^{-1}] = \frac{T}{C} = \frac{K.e}{C_S.e} = \frac{K}{C_S}$

Pour l'exemple choisi, on obtient : $D_{CAPTIVE} = \frac{10^{-3} m s^{-1}}{10^{-5} m^{-1}} = 100 m^2 s^{-1}$.

Avec : $R(t) = \sqrt{D \cdot t}$

$$D \approx 100 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$

on obtient alors les valeurs suivantes du rayon d'action $R(t)$:

NAPPE CAPTIVE		
Temps t (secondes)	Temps t (jour/h/mn/s)	Rayon d'action diffusif R(t)
$t \approx 100 \text{ s}$	$t \approx 2 \text{ mn}$	$R \approx 100 \text{ m}$
$t \approx 10^{+4} \text{ s}$	$t \approx 3 \text{ h}$	$R \approx 1 \text{ km}$
$t \approx 10^{+5} \text{ s}$	$t \approx 1 \text{ j}$	$R \approx 3 \text{ km}$

Comparaison nappe libre - nappe captive :

NAPPE LIBRE / NAPPE CAPTIVE			
	$t \approx 100 \text{ s} \approx 2 \text{ mn}$	$t \approx 10^{+4} \text{ s} \approx 3 \text{ h}$	$R \approx 10 \text{ m}$
NAPPE LIBRE	$R \approx 3 \text{ m}$	$R \approx 30 \text{ m}$	$t \approx 1000\text{s} \approx 20\text{mn}$
NAPPE CAPTIVE	$R \approx 100 \text{ m}$	$R \approx 1 \text{ km}$	$t \approx 1 \text{ s}$

Remarques finales :

Le dernier tableau donne le rayon d'influence et le temps de réaction d'une nappe libre ou captive lors d'un "pompage" fictif, instantané et infinitésimal. Il ne s'agit donc pas de l'extraction d'un volume ou d'un débit fini : c'est pourquoi les résultats ne dépendent pas du débit, ni du volume extrait, ni de la variation piézométrique. Cette analyse ne résout donc aucun problème spécifique de pompage, mais elle permet de voir que la "réaction" d'une **nappe captive ($R=10 \text{ m en } 1 \text{ s}$)** est bien plus rapide que celle d'une **nappe libre ($R=10 \text{ m en } 20 \text{ mn}$)**.

5.8. Problème des 3 piézomètres (gradient, flux, traçage)

RESUME: Question d'application du cours sur un problème typique, la cartographie et l'interprétation d'un réseau de données piézométriques en régime permanent, mais avec des données très simplifiées ici.

SCHEMA DES 3 PIEZOMETRES: Ci-joint.

DONNEES PIEZOMETRIQUES: Tableau ci-dessous :

	A	B	C	Autres données
Cote Z de la surface du sol par rapport au niveau de la mer	95m	110m	135m	Conductivité: $K \approx 10^{-4} \text{ m/s}$ ou 10 m/j
Profondeur du niveau d'eau observé dans les piézomètres	5m	30m	35m	Porosité: $\Phi \approx 0.20$ Epaisseur nappe: $b \approx 15 \text{ m}$

ENONCE:

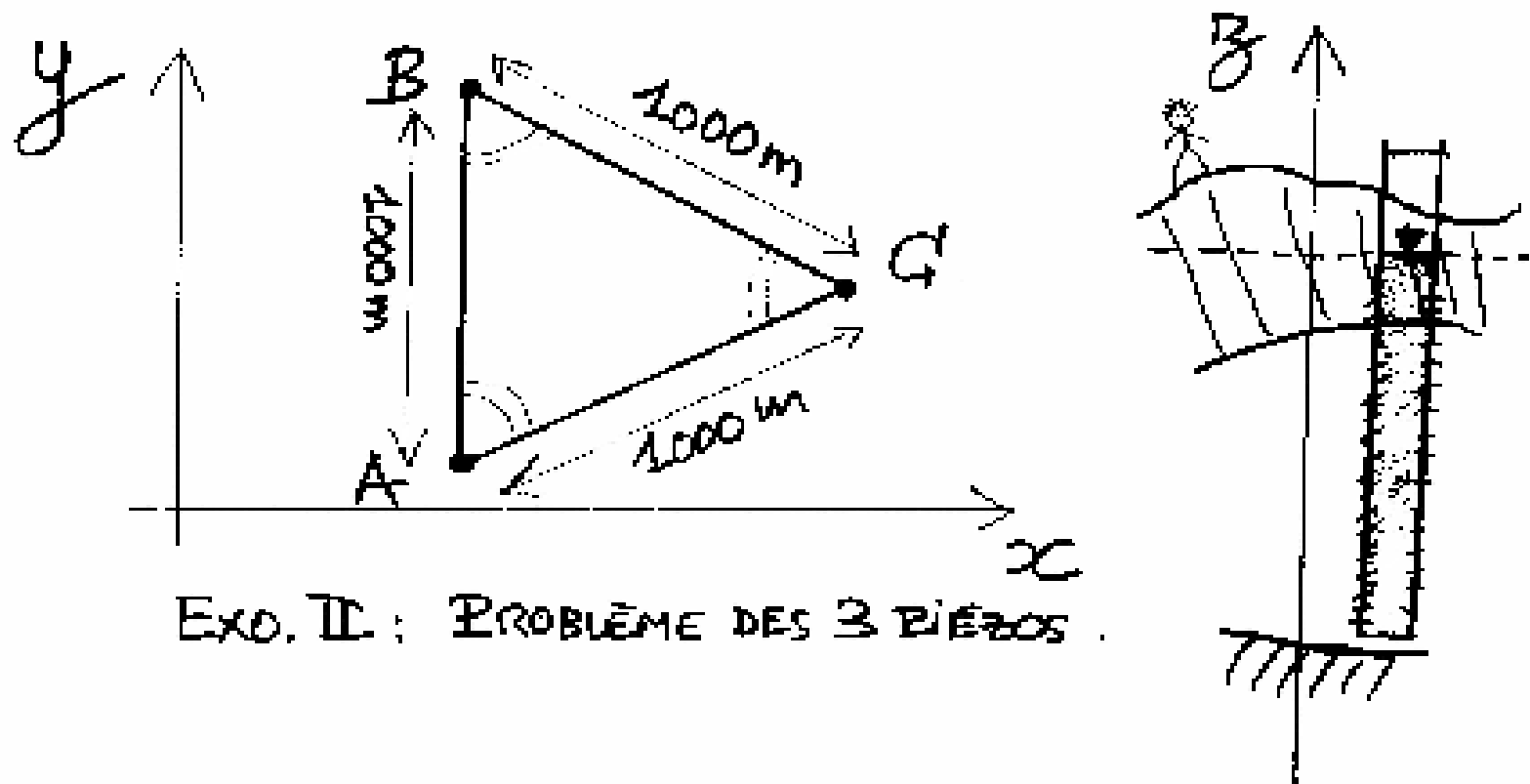
Trois piézomètres, implantés dans une nappe captive (confinée), sont disposés en triangle équilatéral ABC ayant 1km de côté.

Voir les données du **tableau** ci-joint.

Déterminer, dans le domaine ABC :

- 1) La direction moyenne de l'écoulement, i.e., la direction du gradient hydraulique $\mathbf{J} = -\text{grad}H$, ainsi que son module $|\mathbf{J}|$ en m/m.
- 2) La densité de flux \mathbf{q} (en m/j)
- 3) Le débit souterrain total Q_{AB} traversant la section AB (en m³/j)
- 4) La vitesse \mathbf{V} d'un traceur (en m/j)
- 5) La trajectoire et le temps de parcours T d'un traceur lâché initialement en C (injecté instantanément dans le piézomètre C) et suivi jusqu'à sa sortie du domaine ABC.

SCHEMA DE L'EXERCICE II : PROBLEME DES 3 PIEZOMETRES



REPONSE

□ Calcul préalable:

Pour commencer, il faut calculer les cotes piézométriques absolues (H) par rapport à un référentiel fixe tel que le niveau de la mer.

Le tableau de l'énoncé doit donc être complété comme suit :

	A	B	C
(1) : Cote Z de la surface du sol par rapport au niveau de la mer	95 m	110 m	135 m
(2) : Profondeur du niveau d'eau observé dans les piézomètres	5 m	30 m	35 m
(3) : Cote piézométrique H : H = (1) - (2)	90 m	80 m	100 m

1) Gradient hydraulique : le gradient hydraulique $\mathbf{J} = -\text{grad } H$ est déterminé, en direction et en module $|\mathbf{J}|$, en procédant à une interpolation linéaire bidimensionnelle (dite "bilinéaire") de $H(x,y)$ à l'intérieur du triangle ABC :

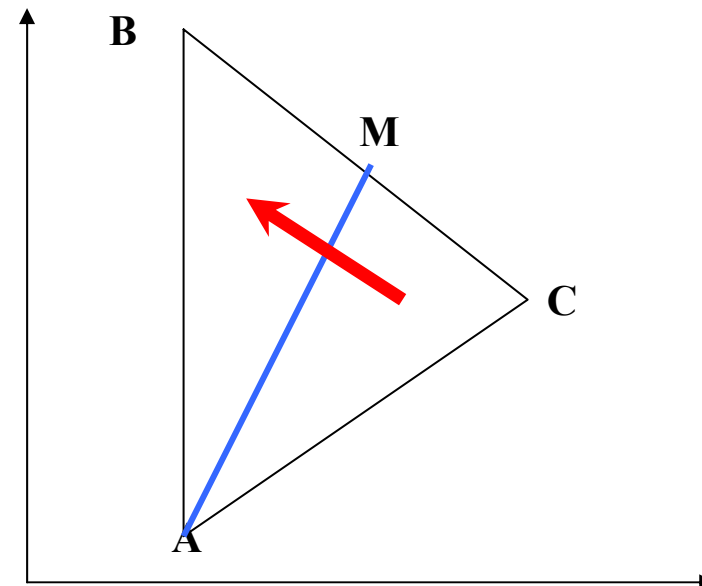
Poser: $H(x, y) = ax + by + c$ dans le triangle ABC.

D'où: $\mathbf{J} = -\text{grad}H = -\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ constant dans le triangle ABC.

Résoudre:
$$\begin{cases} ax_A + by_A + c = H_A \\ ax_B + by_B + c = H_B \\ ax_C + by_C + c = H_C \end{cases}$$

⇒ Coefficients (a,b,c)

⇒ $H(x,y)$ dans le triangle ABC



Noter que cette procédure générale n'était cependant pas nécessaire ici. En effet, on remarque que la droite AM, passant par le point milieu M du segment BC, est l'isopièze $H = 90\text{m}$. En effet on a $H_A = 90\text{m}$ et $H_M = (H_B + H_C)/2 \rightarrow H_M = 90\text{m}$. Or il est clair que les isopièzes de la piézométrie bilinéaire $H(x,y)$ sont des droites. On vient donc de montrer que **l'isopièze $H = 90\text{m}$** est le **segment AM**. De plus, le gradient hydraulique **J** est perpendiculaire aux isopièzes, donc $\mathbf{J} \perp \text{AM}$. On en déduit finalement que **J est parallèle à BC**, et son **module |J|** est :

$$|\mathbf{J}| = \frac{100\text{m} - 80\text{m}}{1000\text{m}} = 0.020 \text{ m/m}$$

Résumé: l'écoulement est donc parallèle à BC, allant **de C vers B**, et le gradient "hydraulique" est de 0.020 ou encore **20 m/km**.¹

¹ Noter que cette procédure peut être généralisée à toute triangulation d'un réseau plan de piézomètres, en appliquant l'interpolation bilinéaire à l'intérieur de chaque triangle séparément. La difficulté est de trouver une "bonne" triangulation (celle de Delaunay, qui est associée aux polygones de Dirichlet-Thiessen).

2) Densité de flux q (m/j) :

Loi de Darcy : $q = -K \text{ grad } H \Leftrightarrow q = K J$

En module : $q = |q|$ et $J = |J| \Rightarrow q = K J$

Application : $q = 10^{-4} \text{ m/s} \times 0.020 \text{ m/m} = 2 \times 10^{-6} \text{ m/s} \approx \mathbf{0.2 \text{ m/j}}$

3) Débit souterrain Q_{AB} traversant la section AB (m^3/j) :

Débit net : $Q_{AB} = AB \times b \times q \times \sin(30^\circ)$... orthogonalement à AB.

Application: $Q_{AB} = 1000\text{m} \times 15\text{m} \times 0.2\text{m/j} \times \sin(30^\circ) \approx \mathbf{1500 \text{ m}^3/\text{j}}$

Noter que ce calcul est fait pour une nappe d'épaisseur $b = 15 \text{ m}$,
et en remarquant que $\sin(30^\circ) = \sin(\pi/6) = 1/2$.

4) Vitesse V d'un traceur (m/j)

Porosité-flux-vitesse: $V = q / \Phi$, où Φ est la porosité.

En module : $V = q / \Phi$

Application : $V \approx 0.2 / 0.2 \text{ m/j} \approx \mathbf{1 \text{ m/j}}$

5) Trajectoire et temps de parcours T .

On veut prédire la trajectoire et le temps de parcours T d'un traceur lâché au piézomètre C (injecté instantanément dans le piézo C), et ceci jusqu'à sa sortie du domaine ABC.

D'après le **modèle d'interpolation bilinéaire de la piézométrie**: si un traceur est lâché au piézo C, il devrait avoir une trajectoire rectiligne suivant CB, et **atteindre le piézo B, 1 km plus loin, au bout de 1000 j** (soit environ 3 ans).

Il y a cependant une réserve à émettre...**En réalité**: on n'a pas du tout d'information ici sur le détail du champ de vitesse, ni à l'intérieur ni à l'extérieur du triangle ABC. On ne peut donc pas se fier à la prédiction ci-dessus concernant le trajet et le point d'arrivée du traceur. **Le traceur pourrait sortir du triangle ABC ailleurs qu'au point B.**¹

Cependant, l'estimation du **temps de parcours** est *a priori* plus fiable : **$T = 3 \text{ ans pour } 1 \text{ km}$** ...mais ce "kilomètre" pourrait être curviligne plutôt que rectiligne.

¹ En particulier, on a supposé implicitement que la perméabilité de l'aquifère est homogène en (x,y). On a également supposé que la perméabilité est isotrope, doù un flux et une vitesse parallèles au gradient.

5.9. Nappe libre avec drainance au plancher ("pb. inverse")

RESUME: Problème « inverse » d'estimation de la drainance d'une nappe à partir de quelques observations piézométriques, en supposant un régime permanent. Application simple des équations de Boussinesq (écoulements plans) conduisant à l'évaluation du flux de drainance. Introduction du « coefficient de drainance » de la couche semi-confinante (leaky layer).

SCHEMA: Voir schéma ci-joint.

ENONCE: On considère la nappe à surface libre du schéma ci-joint, en régime permanent moyen (saisonnier ou annuel). La nappe repose sur un substratum semi-perméable (couche semi-confinante) sous laquelle se trouve sans doute un autre aquifère (semi-confiné).

On pense qu'il peut exister un échange par drainance entre les deux aquifères : la densité de flux de drainance au plancher est notée $i_p(x)$, ; elle peut être positive (ascendante) ou négative (descendante).

On ne connaît pas $i_p(x)$ mais on dispose des observations piézométriques indiquées sur le schéma. Des tests ont permis d'estimer par ailleurs la perméabilité de l'aquifère libre :

$K \approx 50 \text{ m/j}$. A partir de ces données, répondre aux questions suivantes :

1. Gradients : Déterminer les gradients moyens hydraulique et topographique, c'est-à-dire ici, les pentes de la surface libre de la nappe $Z_s(x)$ et du plancher $Z_p(x)$. On les dénotera :
 $J_s = -\text{grad}Z_s$ et $J_p = -\text{grad}Z_p$.

2. Equation de Boussinesq : En intégrant verticalement la loi de Darcy et la conservation de masse en régime permanent (champ de vitesses supposé quasi-parallèle), et tenant compte du taux de drainance $i_p(x)$ au plancher, montrer que l'équation de Boussinesq s'écrit ici :

$$C \frac{\partial H}{\partial t} = 0 = \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + i_p(x)$$

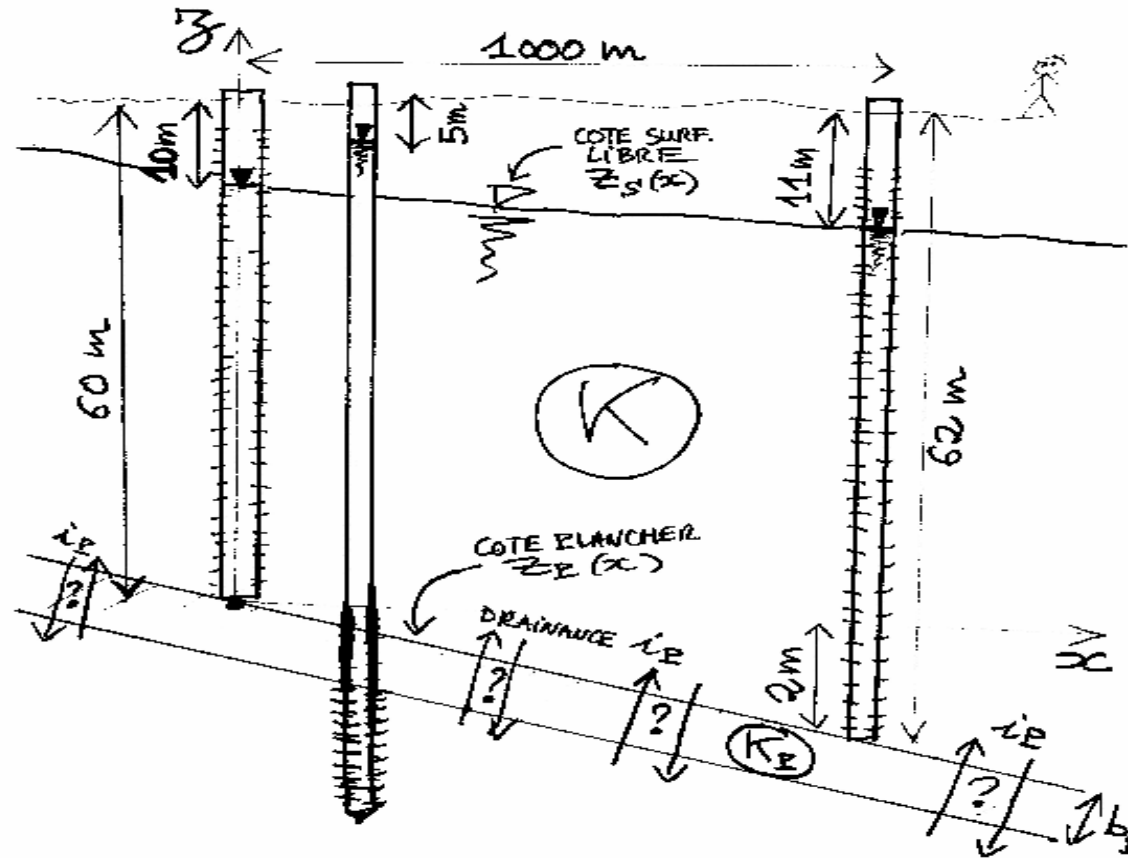
où H est la charge hydraulique dans la nappe libre (à définir), T une transmissivité hydraulique à définir, et $i_p(x)$ la drainance normale au plancher, inconnue (positive si ascendante, négative si descendante).

3. Taux de drainance (« problème inverse ») : En utilisant l'équation de Boussinesq ci-dessus, déterminer alors le taux de drainance $i_p(x)$. Donner la réponse en m/j et en mm/an. Le flux est-il ascendant ou descendant ?

4. Coefficient de drainance du « semi-perméable » : Appliquer la loi de Darcy à travers la couche semi-confinante d'épaisseur b_p et de perméabilité K_p , en utilisant la donnée piézométrique indiquée sur le schéma. Obtenir ainsi la relation entre le taux de drainance i_p et la différence de charge ($H_p - H$). Calculer le coeff. de drainance $C_D = K_p / b_p$. Enfin, supposant que l'épaisseur de la couche est de l'ordre du mètre, vérifier que sa perméabilité est très inférieure à celle de l'aquifère supérieur ($K_p \ll K$?).

SCHEMA DE L'EXERCICE III

Nappe libre avec drainance au plancher (problème inverse : estimer la drainance)



EXO. III : NAPPE LIBRE AVEC DRAINANCE .

REPONSE:**5. Gradients :**

- Gradient moyen hydraulique = pente de la surface libre de la nappe $Z_s(x)$:

$$J_s = -\text{grad}Z_s \approx (11\text{m} - 10\text{m}) / 1000\text{m} = 0.001 \text{ m/m (soit: 1 m/km)}.$$

- Gradient moyen topographique = pente du plancher $Z_p(x)$:

$$J_p = -\text{grad}Z_p \approx (62\text{m} - 60\text{m}) / 1000\text{m} = 0.002 \text{ m/m (soit: 2 m/km)}.$$

6. Equation de Boussinesq :

Intégration verticale de la loi de Darcy sur 2 verticales situées en (x) et (x+Δx) :

DEBIT ENTRANT (x)		DEBIT SORTANT (x+Δx)
$Q_{IN}(x) = - K \times \text{grad } H \times B_{IN}(x)$		$Q_{OUT}(x+dx) = - K \times \text{grad } H \times B_{OUT}(x+\Delta x)$

- $Q(x)$ = Débit spécifique [m^3/s par mètre transverse]
- $B(x) = Z_S(x) - Z_P(x)$ = Epaisseur saturée [m]
- $H(x) \approx Z_S(x)$ [H = charge "hydrau" moyenne $\approx Z_S$, si verticalement hydrostat.].

Intégration verticale de la loi de conservation de masse :

TAUX DE VARIATION DE VOLUME D'EAU DANS LE DOMAINE [x,x+Δx]	=	DEBIT ENTRANT (x)	-	DEBIT SORTANT (x+Δx)	+ DRAINANCE au plancher
$(C.\delta H/\delta t).\Delta x$ [m^3/s par m transverse]	=	$Q_{IN}(x)$	-	$Q_{OUT}(x+\Delta x)$	+ i_p

En régime permanent, la colonne de gauche du tableau ci-dessus est nulle ($dH/dt = 0$).

On obtient alors, en faisant tendre Δx et $\delta t \rightarrow 0$, l'EDP de Boussinesq stationnaire (cf....) :

$$C \frac{\partial H}{\partial t} = 0 = \frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right) + i_P(x)$$

- $i_P(x)$ [m/s] : Taux de drainance normale au plancher (> 0 si \uparrow , < 0 si \downarrow).
- $T(x) = K.B(x) = K.(Z_S(x) - Z_P(x))$: Transmissivité hydraulique [m^2/s].

7. Taux de drainance (« problème inverse ») :

En utilisant l'équation de Boussinesq ci-dessus, on peut déterminer alors le taux de drainance $i_p(x)$ en évaluant le terme $\text{div}(T \text{grad} H)$ à partir des données de terrain.

En effet, d'après l'équation d'écoulement, on devrait avoir :

$$i_p(x) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial H}{\partial x} \right)$$

et en supposant (en première approximation) les gradients de Z_S et Z_P constants:

$$i_p(x) \approx +\frac{d}{dx} (T(x)J_S) \approx +J_S \frac{d}{dx} \{K(Z_S(x) - Z_P(x))\} \approx +KJ_S(-J_S + J_P)$$

$$\Rightarrow i_p(x) \approx +K \times J_S \times (J_P - J_S)$$

$$\Rightarrow i_p(x) \approx 50 \times 0.001 \times (0.002 - 0.001) \text{ m/j}$$

$$\Rightarrow i_p(x) \approx 5 \times 10^{-5} \text{ m/j}$$

$$\Rightarrow i_p(x) \approx 18 \text{ mm/an [plus exactement : 18.25 mm/an].}$$

Le flux de drainance au plancher est **ascendant**, et **entrant** dans l'aquifère. ¹

¹ Le flux de drainance est ici positif par convention. Il convient de clairement préciser la convention de signe dans des cas plus complexes et multidimensionnels. Par exemple, la convention choisie ici pour la drainance au plancher peut correspondre à la convention « flux entrants positifs, flux sortants négatifs », sachant que les flux en question sont toujours projetés sur la normale (intérieure ou extérieure) à la frontière considérée.

8. Coefficient de drainance du « semi-perméable » :

On applique la loi de Darcy à travers la couche semi-confinante d'épaisseur b_P et de perméabilité K_P , en utilisant la donnée piézométrique indiquée sur le schéma:

$$\square i_P = 5 \cdot 10^{-5} \text{ m/j}$$

$$\square H_P = H + 5 \text{ m} \Rightarrow H_P - H = 5 \text{ m}$$

$$\square i_P \approx K_P \frac{H_P - H}{b_P} \text{ ou } i_P \approx C_D (H_P - H), \text{ avec } C_D = \frac{K_P}{b_P}.$$

On a ainsi relié le taux de drainance i_P à la différence de charge ($H_P - H$).

On ne peut pas calculer directement la conductivité hydraulique de la couche semiconfinante, mais on peut par contre estimer le coeff. de drainance $C_D = K_P / b_P$:

$$i_P \approx C_D (H_P - H) \Rightarrow C_D \approx \frac{i_P}{(H_P - H)} \Rightarrow C_D \approx \frac{5 \times 10^{-5} \text{ m/j}}{5 \text{ m}} \approx 10^{-5} \text{ j}^{-1}$$

Enfin, en supposant maintenant que l'épaisseur b_P de la couche semiconfinante est de l'ordre du mètre, vérifions que sa perméabilité est effectivement très inférieure à celle de l'aquifère supérieur. En d'autres termes, a-t-on $K_P \ll K$?

$$\text{Supposant } b_P \approx 1 \text{ m} \rightarrow K_P \approx b_P \times C_D \approx 1 \text{ m} \times 10^{-5} \text{ j}^{-1} \approx 10^{-5} \text{ m/j}$$

On a donc bien : $K_P \approx 10^{-5} \text{ m/j} \ll K = 50 \text{ m/j}$, comme attendu.

5.10. Digue en terre triangulaire - débit de fuite par suintement (seepage)

RESUME:

Le but est d'obtenir analytiquement la distribution des flux - et le débit de fuite total - à travers une digue en terre de section triangulaire (voir schéma ci-dessous). On utilise la loi de Darcy, la conservation de masse, et les conditions aux limites, en régime permanent 2D. La condition de « suintement » est expliquée dans l'énoncé.

METHODE PROPOSEE:

Voir méthode proposée ci-dessous - le problème pourrait être résolu en variables complexes, mais la démarche proposée ici ne le requiert pas.

ENONCE:

Le but est de déterminer le réseau d'écoulement et, surtout, de calculer le débit de fuite par suintement pour une digue en terre homogène, de perméabilité K , et reposant sur un massif imperméable (relativement).

On étudie ici le cas d'une digue triangulaire isocèle, avec un niveau d'eau amont « h » égal à la hauteur de la digue. On considère le problème de l'écoulement à travers la digue en régime permanent 2D (symétrie plane : (x,z)). La digue $M_1M_2M_3$ est entièrement saturée en tout point. La face avale (M_1M_2) est une surface de suintement (« seepage face ») : l'eau en sort avec une pression interstielle $p=p_{ATM}$. La condition limite sur la face de suintement est donc $H = z$, si H est la charge hydraulique définie par $H=z+(p-p_{ATM})/\rho g$.

On propose ci-dessous une méthode permettant d'obtenir le champ de vitesse de Darcy (vecteur densité de flux q) en tout point de la digue, ce qui permet d'en déduire le débit total de suintement Q ($m^3/s/m$ ètre de digue).

QUESTIONS :

Calcul analytique. En suivant la méthode proposée ci-dessous (sans passer par le calcul en variables complexes), déterminer la distribution du vecteur «vitesse» de Darcy $\mathbf{q}=(q_x, q_z)$ en fonction des coordonnées (x, z) .

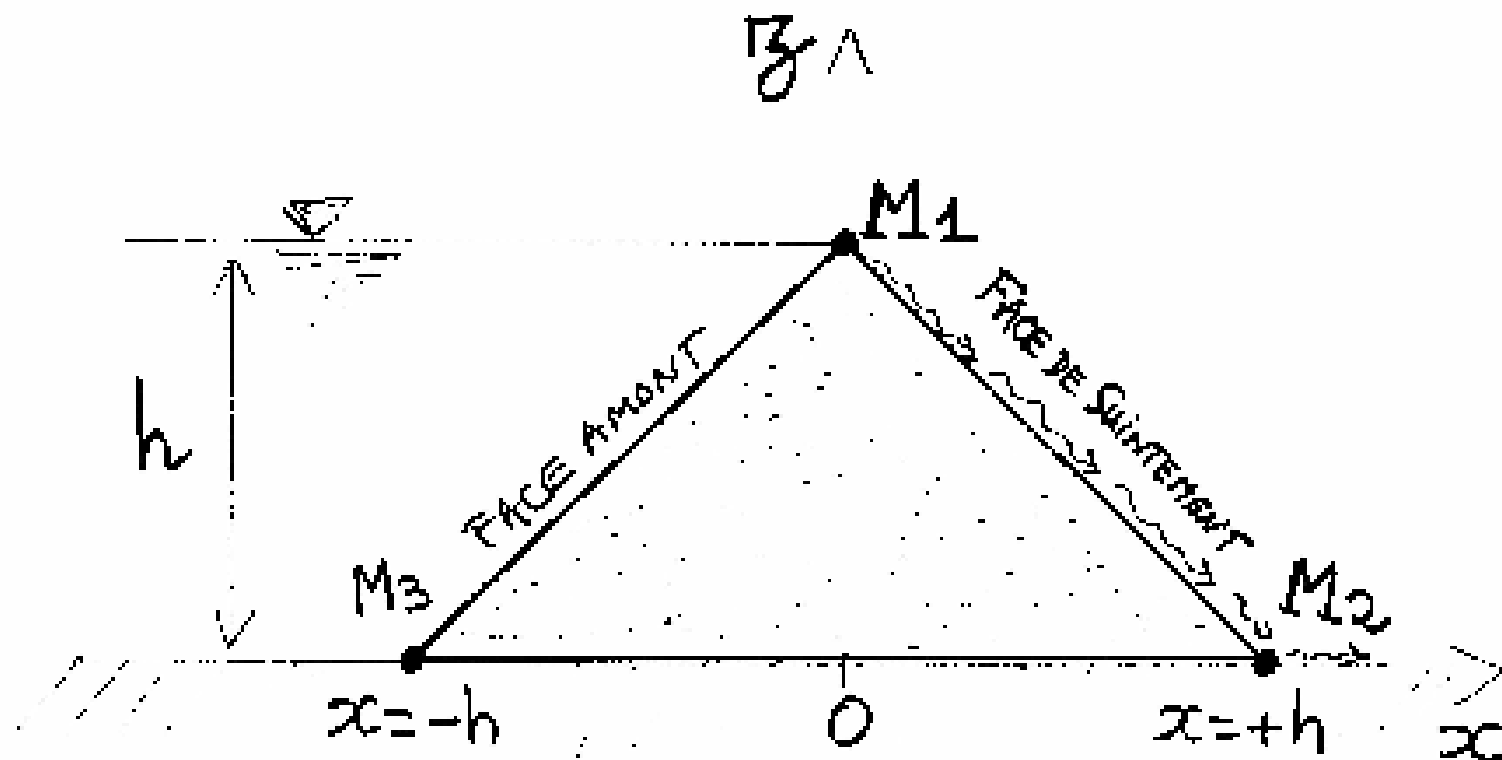
Visualisation de l'écoulement. Tracer à la main (ou mieux numériquement) le réseau des lignes de courant et des équipotentiels dans la digue.

Débit de fuite. Obtenir enfin, par intégration de la densité de flux, le débit total Q perdu par suintement.

Application numérique. Evaluer Q en litres/jour/mètre de digue, pour le cas suivant :

$$h = 10 \text{ m et } K = 10^{-7} \text{ m/s.}$$

SCHEMA DE L'ENONCE DE L'EXERCICE IV : DIGUE EN TERRE (DEBIT DE FUITE)



Exo. IV : DIGUE EN TERRE (DEBIT de FUITE)

METHODE PROPOSEE POUR LE PROBLEME DE LA DIGUE TRIANGULAIRE

- i. Exprimer clairement toutes les conditions limites du problème, ainsi que la loi de Darcy et la conservation de masse.
- ii. Supposer a priori que les composantes du flux (q_x, q_z) varient linéairement en (x, z) :
(q_x , q_z) = ($a'x+b'z+c'$, $a''x+b''z+c''$).
- iii. Appliquer la loi de conservation de masse pour en déduire une 1^{ère} relation entre les coefficients du flux.
- iv. Appliquer les conditions limites en flux pour en déduire un 2nd jeu de relations sur les coefficients du flux.
- v. Remarquer que la loi de Darcy implique l'irrotationalité du flux ($\partial q_x / \partial z = \partial q_z / \partial x$), d'où une autre relation.
- vi. Utiliser enfin les conditions limites des faces amont et aval qui s'expriment en termes de charge hydraulique H : a) noter qu'une équipotentielle est orthogonale aux lignes de courant, ce qui peut donner une relation sur le flux; b) noter aussi que la loi de Darcy peut être intégrée facilement sur une des frontières d'où une relation supplémentaire sur le flux.

REPONSE DU IV (DIGUE TRIANGULAIRE):

Rappelons d'abord que le domaine d'écoulement considéré est le triangle constitué par la digue en terre, en section verticale (x,z). On suppose pour simplifier les calculs que le niveau d'eau amont dans la retenue est maximal (à la limite du débordement). En régime permanent, le domaine d'écoulement (milieux poreux de forme triangulaire) est donc dans ce cas totalement saturé en tout point.

1. En suivant la méthode de l'énoncé, on détermine ici la distribution du vecteur "vitesse" de Darcy [ou densité de flux] $\mathbf{q} = (q_x, q_z)$ dans le plan vertical (x,z) de la digue en terre.

Les différentes étapes sont brièvement indiquées ci-dessous.

□ **Vecteur densité de flux** : $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_X \\ q_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 x + b_1 z + c_1 \\ a_2 x + b_2 z + c_2 \end{bmatrix} \leftarrow \text{HYPOTHESE DE LINEARITE A PRIORI.}$

□ **Conservation de masse**: $\text{div}(\mathbf{q}) = 0 \Rightarrow \frac{\partial q_X}{\partial x} + \frac{\partial q_Z}{\partial z} = 0 \Rightarrow \boxed{a_1 + b_2 = 0}$ (Eq.1)

□ C-Limite **flux nul** au plancher: $z = 0: q_Z = 0 \Rightarrow \boxed{a_2 = 0; c_2 = 0}$ (Eq.2).

- **Loi de Darcy** (en milieu homogène isotrope) :

$$\mathbf{q} = -K \mathbf{grad}(H) \Leftrightarrow \begin{cases} q_X = -K \frac{\partial H}{\partial x} \\ q_Z = -K \frac{\partial H}{\partial z} \end{cases}, \text{ où } K \text{ est une constante scalaire.}$$

- Caractère **irrotationnel** du gradient hydraulique et du flux :

$$\mathbf{rot}(\mathbf{grad}(H)) = \mathbf{0} \text{ et } \{\text{Loi de Darcy}\} \Rightarrow \frac{\partial q_X}{\partial z} = \frac{\partial q_Z}{\partial x} \Rightarrow \boxed{b_1 = a_2} \quad (\text{Eq.3})$$

- Récapitulation - conséquence des 3 relations précédentes:

$$\text{Eq.1+Eq.2+Eq.3} \Rightarrow \boxed{b_1 = a_2 = c_2 = 0} \text{ et } \boxed{a_1 = -b_2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_X \\ q_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 x + c_1 \\ -a_1 z \end{bmatrix}} \quad [\text{Il reste à déterminer } a_1 \text{ et } c_1].$$

- Définition du potentiel hydraulique (*rappel*) : $H = \frac{p - p_{ATM}}{\rho g} + z$ (« z » étant orienté vers le haut).

- C-Limite sur la face amont (M1M3):

C'est une C-L à **potentiel imposé** : $H(x,z) = h, \forall (x,z) \in M1M3$

La face M1M3 est sur la droite : $dz/dx = 1 \Rightarrow z = x+h.$

On en déduit que la C-L s'écrit : $H(x,z) = h$ pour $z = x+h$ et $\forall x \in [-h,0].$

- C-Limite sur la face avale (M1M2):

C'est une C-L de **suintement** : $p(x,z) = p_{ATM} \Rightarrow H = z, \forall (x,z) \in M1M2$

La face M1M2 est sur la droite : $dz/dx = -1 \Rightarrow z = h-x.$

On en déduit que la C-L s'écrit : $H(x,z) = z$ pour $z = h-x$ et $\forall x \in [0,+h].$

- La face amont M1M3 est une **isopotentielle** \Rightarrow flux entrant \perp à M1M3, d'où :

$$\forall (x,z) \in M1M3 : \mathbf{q} \cdot \mathbf{M}_3 \mathbf{M}_1 = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} q_X \\ q_Z \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} h \\ h \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \boxed{q_X + q_Z = 0}.$$

En tenant compte des relations précédentes, cela donne:

$$q_X + q_Z = (a_1 x + c_1) + (-a_1 z) = 0, \text{ et en introduisant } z=x+h \Rightarrow \boxed{c_1 = a_1 h}.$$

- Récapitulation - on peut maintenant écrire le vecteur \mathbf{q} comme suit :

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_X \\ q_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1(x+h) \\ -a_1z \end{bmatrix} \quad [\text{Il reste une seule constante "a}_1\text{" à déterminer}].$$

- Pour obtenir la dernière constante, on peut intégrer la composante horizontale du flux (q_X) le long de la base horizontale M3M2, qui est une **ligne de courant** :

On veut donc intégrer le flux $q_X = -K \partial H / \partial x$ depuis M3 ($x = -h$) jusqu'à M2 ($x = +h$).

On sait que $q_X = a_1 \cdot (x+h)$ sur M2M3 (et partout ailleurs aussi).

On sait que $H = h$ au point base amont M3.

On sait que $H = z = 0$ au point base aval M2.

En intégrant de $x=-h$ à $x=+h$ on obtient donc : $2a_1 h^2 = -K \cdot (0-h) \Rightarrow a_1 = \frac{K}{2h}$.

- On a donc enfin complètement déterminé $\mathbf{q}(x,z)$:

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} q_X \\ q_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{K}{2} \left(\frac{x}{h} + 1 \right) \\ -\frac{K}{2} \frac{z}{h} \end{bmatrix} \quad [\text{Champ de vecteur "vitesse de Darcy" (densité de flux)}].$$

- On peut enfin déterminer $H(x,z)$ par intégration de **Grad** H , ce qui permet de représenter les isopotentielles $H(x,z)=\text{constante}$ pour visualiser l'écoulement (cf. question suivante):

$$\mathbf{grad}H = -\frac{1}{K} \mathbf{q} \Rightarrow \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial x} \\ \frac{\partial H}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} \left(\frac{x}{h} + 1 \right) \\ +\frac{1}{2} \frac{z}{h} \end{bmatrix}$$

$$\text{Intégration de } \partial H / \partial x \Rightarrow H(x,z) = H(0,z) - \frac{x^2}{4h} - \frac{x}{2}.$$

$$\text{Intégration de } \partial H / \partial z \Rightarrow H(x,z) = H(x,0) + \frac{z^2}{4h}.$$

$$\text{Combinaison de ces deux résultats} \Rightarrow H(x,z) = H(0,0) + \frac{z^2 - x^2}{4h} - \frac{x}{2}$$

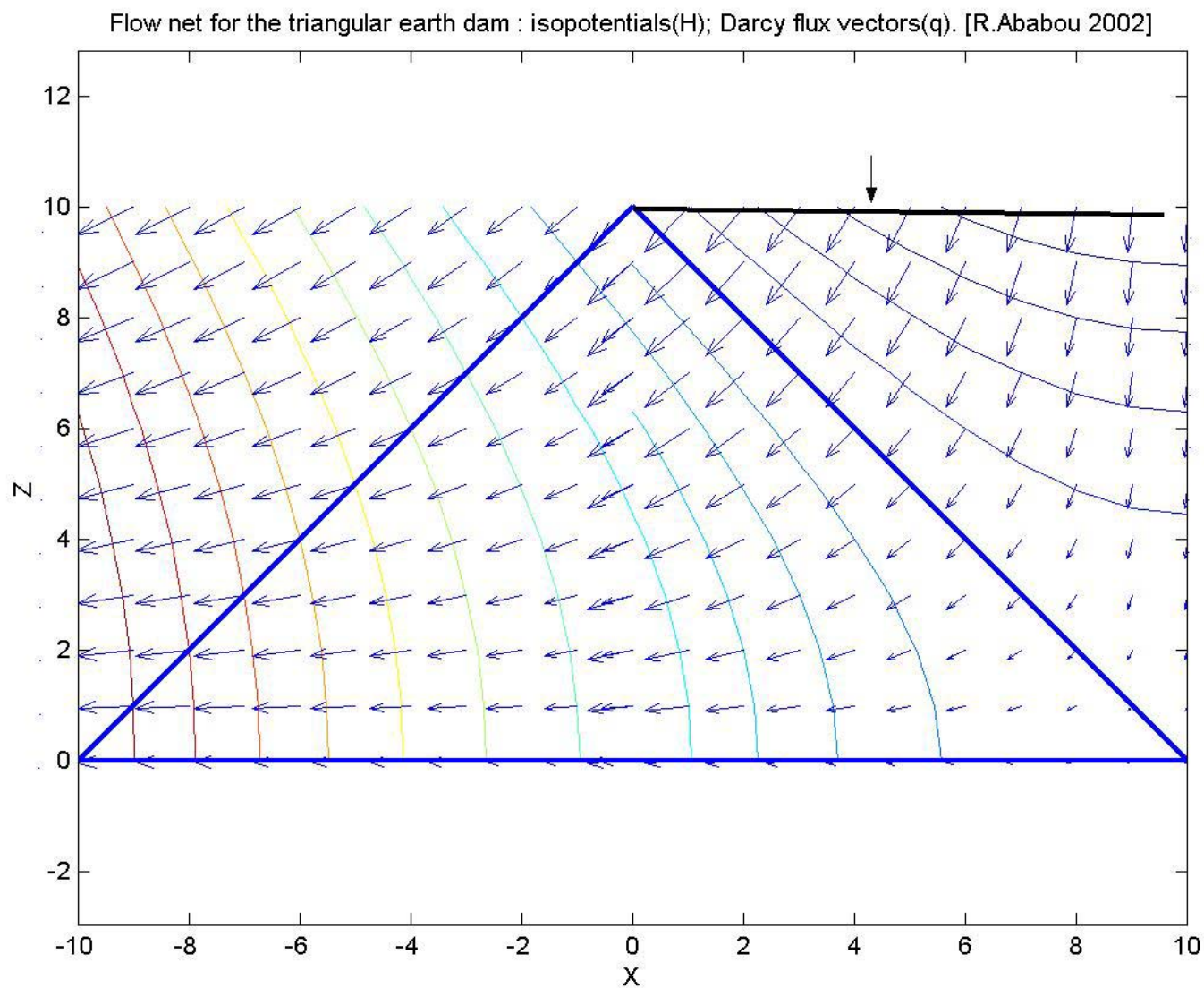
$$\text{Enfin, application de la condition amont } H(-h,0) = +h \Rightarrow H(0,0) = 3h/4.$$

2. Tracer le réseau des lignes de courant et des équipotentielles dans la digue.

La **figure ci-dessous** [*ébauche provisoire*] reproduit les courbes iso-potentielles (H) et les vecteurs densité de flux (\mathbf{q}) pour des *conditions limites inversées droite/gauche* par rapport au problème traité [écoulement de droite à gauche au lieu d'un écoulement de gauche à droite]. Hormis cette différence, les autres données de l'énoncé ont été respectées. Pour des raisons techniques, on a représenté les isopotentielles et les flux aussi bien à l'intérieur qu'à l'extérieur du domaine triangulaire (il faut ignorer l'extérieur du triangle).¹

On **remarque** que le vecteur flux est orthogonal à la face d'entrée amont, l'isopotentielle $H = h$ [*isopotentielle qui est ici à droite du dessin*], tandis que le flux sortant n'est pas orthogonal en général à la face de suintement avale [*face de suintement qui est située ici à gauche du dessin*]. La face de suintement n'est ni une isopotentielle, ni une ligne de courant. Par contre, la base de la digue (frontière imperméable à flux nul) est bien une ligne de courant.

¹ Cette figure a été tracée à l'aide d'un programme MATLAB basé sur la solution présentée plus haut [programme préliminaire "DigueTriang_Plot2D.m", R.A. 2002]. Cependant on peut obtenir par ailleurs une autre représentation graphique de la même solution dans le plan complexe, basée sur l'approche du "potentiel complexe" [R.A., Hydraulique Souterraine, 1995].



3. Obtenir enfin, par intégration de la densité de flux, le débit total Q perdu par suintement. Application numérique : donner Q en litres/jour/mètre de digue si $h = 10$ m & $K = 10^{-7}$ m/s.

□ *Débit de fuite.*

On peut obtenir le débit de fuite Q en intégrant le densité de flux le long de n'importe quelle section traversant entièrement la digue, à condition de projeter le vecteur \mathbf{q} sur la normale à la section choisie : c'est donc $(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})$ qu'il faut intégrer.

L'un des choix les plus simples est la section verticale OM1 passant par l'origine et partageant la digue en deux moitiés symétriques. Le flux normal à travers cette section est la composante horizontale q_x , qui ne varie pas suivant z. On obtient :

$$\text{Sur OM1 (droite } x = 0\text{): } \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = q_x = \frac{K}{2} \left(\frac{x}{h} + 1 \right) = \frac{K}{2} \left(\frac{0}{h} + 1 \right) = \frac{K}{2}.$$

$$\text{En intégrant } \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} \text{ le long de OM1 : } Q = \int_{z=0}^{z=h} (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n}) dz = (\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})h \Rightarrow \boxed{Q = \frac{Kh}{2}}.$$

Ceci donne le débit de fuite "linéaire", en m^3/s par mètre transverse de digue.

□ *Application numérique :*

$$Q = \frac{Kh}{2} = \frac{10^{-7} \text{ m/s} \times 10 \text{ m}}{2} \quad \Rightarrow Q = 5 \times 10^{-7} \text{ m}^2 / \text{s}$$

$\Rightarrow Q \approx 40 \text{ litres/jour par mètre de digue}$

$\Rightarrow Q \approx 15 \text{ m}^3/\text{an par mètre de digue.}$

5.11. Debit de fuite dans un tunnel (*Groundwater inflow in a tunnel*)

RESUME:

Le problème posé est relativement "ouvert" (la réponse n'est pas évidente). On demande de réfléchir qualitativement à l'applicabilité de deux formules analytiques susceptibles de prédire le débit d'entrée dans un tunnel, soit en régime permanent, soit en régime transitoire. On ne connaît pas beaucoup d'autres formules « simples » pour ce type de problème ; quoiqu'il en soit, les formules proposées ici sont discutables, et leur domaine de validité doit être analysé. C'est un exercice de réflexion, avec peu de calculs *a priori*.

SCHEMA: Voir schéma ci-joint [extrait de Freeze et Cherry, *Groundwater*, Prentice-Hall, 1979].

METHODE.

Les **2 formules analytiques** proposées [Goodman *et al.* 1965] ont pour but de prédire le débit d'arrivée d'eau dans un tunnel - en cours de construction ou en phase finale. Le tunnel est situé sous la surface libre d'une nappe phréatique, et l'on suppose dans les 2 cas que la pression de l'eau sur les parois du tunnel est atmosphérique.

- ◆ La **première formule** proposée correspond à une situation supposée quasi-stationnaire, telle que la surface de la nappe phréatique n'évolue pas sensiblement malgré les pertes vers le tunnel, comme illustré dans la partie (a) du schéma. Le débit d'entrée constant Q_0 est donné par :

$$Q_0 = \frac{2\pi KH_0}{\ln(2H_0 / r_0)} \quad (1)$$

- ◆ La **seconde formule** proposée correspond à une situation non-stationnaire due au phénomène d'interception de la surface libre de la nappe par le tunnel. La partie (b) du schéma illustre la transition vers cette situation. La formule ci-dessous ne serait valide qu'à partir du temps (t_3) du schéma (b) - même si on peut vouloir tester son application à partir du temps $t = 0$. Quoi qu'il en soit, le débit d'entrée transitoire $Q(t)$ serait :

$$Q(t) = \sqrt{\frac{KH_0^3}{3t}} \quad (2)$$

QUESTION:

La question posée est très ouverte : il s'agit d'*interpréter* et de *critiquer* de manière constructive les deux formules analytiques proposées plus haut pour prédire le débit d'entrée d'eau dans le tunnel.

Par exemple, on pourra aborder les questions suivantes.

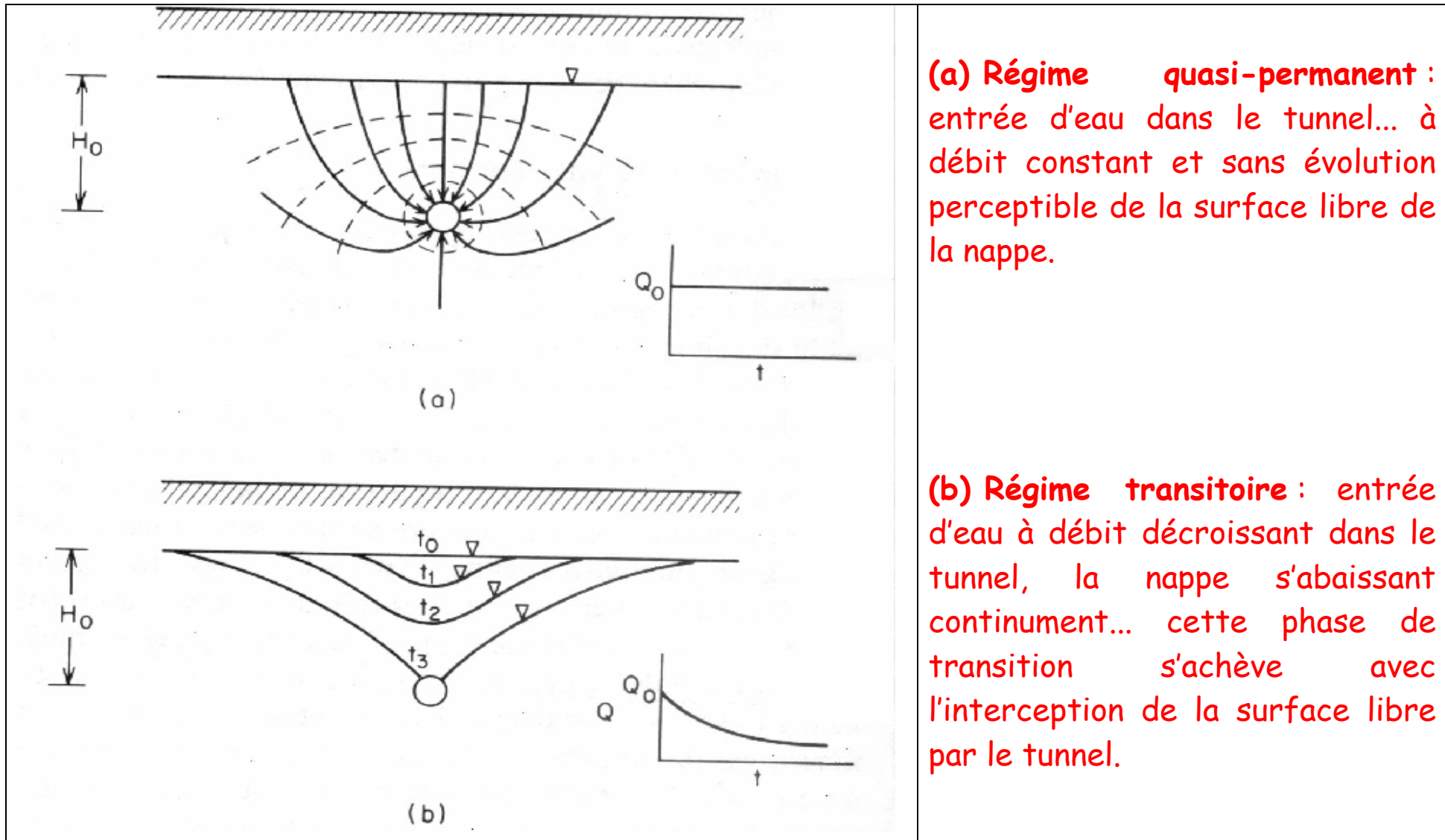
- ◆ Dans quelles conditions la 1^{ère} formule est-elle utilisable ?
- ◆ Quelles sont les hypothèses implicites correspondantes (faire une liste) ?
- ◆ Y a-t-il une échelle de temps calculable (T^*) qui permette de séparer les domaines d'applicabilité des deux formules (du permanent au transitoire) ?
- ◆ Quelles sont à votre avis les hypothèses implicites pour la formule transitoire ?
Et comment pensez-vous qu'elle a été obtenue ?

On essaiera aussi d'interpréter physiquement les formules, e.g. :

- ◆ Comparer le débit total et la perte de charge globale ;
- ◆ Considérer la différence de charge entre la surface de la nappe et le tunnel ;
- ◆ Former le réseau des lignes de courant et équipotentiels ; etc...

Voici enfin des données hypothétiques pour illustrer l'analyse :

- ◆ Porosité efficace : $\phi = 0.10$;
- ◆ Profondeur du tunnel sous la nappe : $H_0 = 10\text{m}$;
- ◆ Rayon du tunnel : $r_0 = 2\text{m}$;
- ◆ Conductivité hydraulique de l'aquifère : $K = 4 \times 10^{-6} \text{ m/s}$.

SCHEMA DE L'EXERCICE V - DEBIT D'ENTREE DANS UN TUNNEL :

(a) Régime quasi-permanent : entrée d'eau dans le tunnel... à débit constant et sans évolution perceptible de la surface libre de la nappe.

(b) Régime transitoire : entrée d'eau à débit décroissant dans le tunnel, la nappe s'abaissant continument... cette phase de transition s'achève avec l'interception de la surface libre par le tunnel.

REponses (INDICATIVES) – V. DEBIT DE FUITE DANS UN TUNNEL***Dans quelles conditions la 1^{ère} formule est-elle utilisable ?***

- ◆ Cette solution ne peut concerner que les situations **quasi-stationnaires**, telles que le débit de fuite moyen le long du tunnel ne varie que lentement.
- ◆ Sans doute pour les mêmes raisons, on peut supposer que ce débit de fuite est distribué **régulièrement** tout le long du tunnel.
- ◆ Cette solution quasi-stationnaire **ne concerne pas les fuites catastrophiques**, soudaines, transitoires, qui peuvent être provoquées lors de la construction par la rencontre inattendue d'une couche géologique très perméable (**zone faillée**, etc).
- ◆ De plus, la situation représentée dans le schéma est celle d'un **écoulement régional non perturbé par le tunnel**. Ceci suggère que les fuites sont suffisamment faibles et/ou n'ont pas duré assez longtemps pour perturber la nappe : il s'agit en général d'un tunnel en cours de construction ou récemment terminé (peut être avant la finition et l'imperméabilisation du tunnel).

Quelles sont les hypothèses implicites correspondantes (liste) ?

- ◆ Débit de fuite au tunnel Q_0 quasi-constant
- ◆ Piézométrie régionale H_0 quasi-constante
- ◆ Propriétés de l'aquifère : coeff. de diffusion hydraulique $D = K/C$ pas trop élevé.
- ♣ Si K est trop grand, Q_0 est trop grand, et la nappe pourrait se rabattre.
- ♣ Si C trop petit, même un petit débit Q_0 peut rabattre la nappe.
- ◆ Gradient quasi-radial près du tunnel \gg Gradient hydraulique régional.
- ◆ Nappe profonde : substratum imperméable situé à une profondeur $H_1 \gg H_0$.
- ◆ Le rayon du tunnel doit (?) être plus petit que sa profondeur : $r_0 \ll H_0$
- ◆ Le système est à symétrie plane; la longueur du tunnel doit(?) être $\gg H_0$.
- ◆ L'aquifère est à peu près homogène et isotrope.
- ◆ La pression est atmosphérique à la surface libre H_0 et dans le tunnel (parois).

Y a-t-il une échelle de temps T^* séparant les domaines d'application des 2 formules permanent/transitoire ?

On peut chercher à montrer que la 1^{ère} formule (quasi-stationnaire) est limitée à une échelle de temps ($t \ll t_{SUP}$) qui dépend des propriétés de diffusion hydraulique de l'aquifère.

Voici le coefficient de diffusion hydraulique pertinent, pour cette nappe à surface libre "drainée" par un tunnel à géométrie cylindrique :

$$D = \frac{2\pi r_0 K}{\Phi_{EFF}}$$

Si L est une longueur donnée, le temps caractéristique $T=L^2/D$ représente le temps effectif mis par la diffusion pour perturber la piézométrie jusqu'à une longueur L . On peut représenter ici le tunnel (drain) comme l'origine de la perturbation, et estimer le temps mis par cette perturbation pour atteindre la surface libre de la nappe située à une distance H_0 [en supposant $r_0 \ll H_0$]. Prenons donc $L=H_0$. Il vient : $T = H_0^2/D$. En substituant l'expression de D , et en associant t_{SUP} au temps caractéristique T , on obtient :

$$t_{SUP} \approx \frac{H_0^2}{D} \approx \frac{H_0^2 \Phi_{EFF}}{2\pi r_0 K}$$

On pourrait en conclure que la **1^{ère} formule (quasi-stationnaire** -- avec surface libre au repos) reste valable tant que $t \ll t_{\text{SUP}}$, tandis que la **2^{ème} formule (transitoire** -- avec surface libre perturbée par le tunnel) serait valable seulement pour $t \gg t_{\text{SUP}}$.

Application numérique des résultats précédents

En utilisant les données fictives (réalistes) suggérées dans l'énoncé, on obtient :

$$Q_0 \approx 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s} \quad \Rightarrow \quad Q_0 \approx 360 \text{ litres/h par m de tunnel}$$

$$\Rightarrow \quad Q_0 \approx 0.1 \text{ m}^3/\text{s par km de tunnel}$$

$$t_{\text{SUP}} \approx 10^{+5} \text{ s} \quad \Rightarrow \quad t_{\text{SUP}} \approx 1 \text{ journée.}$$

***Quelles sont les hypothèses implicites correspondant à la 2^{ème} formule (régime transitoire) ?
Et comment pensez-vous qu'elle a été obtenue ?***

- ◆ Voir ci-dessus -- la 2^{ème} formule (transitoire) serait valable seulement pour $t \gg t_{\text{SUP}}$.
- ◆ On peut proposer un certain "recollement" entre les deux formules, en constatant que la 1^{ère} formule prédit une 1^{ère} phase de débit constant Q_0 , et la 2^{ème} formule prédit une 2^{ème} phase de débit décroissant $Q(t)$. Or, on peut écrire le débit transitoire $Q(t)$ de la 2^{ème} phase en faisant intervenir le débit permanent Q_0 de la 1^{ère} phase, comme suit :

$$(1) : Q_0 = \frac{2\pi KH_0}{\ln(2H_0/r_0)} \text{ et } (2) : Q(t) = \sqrt{\frac{KH_0^3}{3t}} \Rightarrow (2^{\text{BIS}}) : Q(t) = Q_0 \sqrt{\frac{\tau_0}{t}}$$

avec un nouveau temps caractéristique τ_0 donné par :

$$\tau_0 = \frac{(\ln(2H_0/r_0))^2}{12\pi^2} \frac{H_0}{K}$$

Application numérique avec données de l'énoncé:

On trouve en gros la même valeur que l'échelle de temps t_{SUP} précédente, soit :

$$\tau_0 \approx 10^{+5} \text{ s} \approx 1 \text{ journée} \approx t_{\text{SUP}}$$

Or on voit que τ_0 est défini de telle façon que $Q(t) = Q_0$ pour $t = \tau_0$. Il est donc rassurant de constater que $\tau_0 \approx t_{\text{SUP}}$: c'est le temps limite de transition entre la solution stationnaire Q_0 et la solution transitoire $Q(t)$.¹

¹ NB : La solution transitoire, avec $\tau_0 \approx 1$ jour, donne un débit décroissant d'un facteur 10 tous les 100 j (tous les trimestres). Remarques à compléter par un graphique $Q(t)$, avec $Q=Q_0$ jusqu'à 1 j, puis $Q=Q(t)$ décroissant en \sqrt{t} .

INTERPRETATION PHYSIQUE DES FORMULES, DE L'ÉCOULEMENT, ETC:***Comparer le débit total et la perte de charge globale (1^{ère} formule -- stationnaire)***

On peut réinterpréter la 1^{ère} formule quasi-stationnaire comme suit:

$$q_0 = \frac{Q_0}{2\pi r_0} = \frac{K}{\ln(2H_0/r_0)} \frac{H_0}{r_0}, \text{ où } Q_0 \text{ est en m}^2/\text{s}, \text{ et } q_0 \text{ en m/s.}$$

La formule (1) ressemble donc à une sorte de loi de Darcy adaptée à un écoulement radial, et régissant la densité de flux q_0 (m/s) à travers la paroi du tunnel. Le ratio H_0/r_0 joue le rôle d'un gradient hydraulique équivalent, et le ratio $K / \ln(2H_0/r_0)$ joue le rôle d'une conductivité hydraulique équivalente [le facteur $\ln(2H_0/r_0)$ pourrait aussi bien être attribué au gradient équivalent].

Considérer la différence de charge entre la nappe et le tunnel ;

Tenir compte du fait que $p = p_{\text{ATM}}$ à l'intérieur du tunnel (parois intérieures). La différence de charge entre la surface libre de la nappe et le tunnel est donc H_0 . Mais c'est le gradient hydraulique qui est important : pour l'estimation du gradient hydraulique "moyen" entre la surface de la nappe et le tunnel, voir l'interprétation de la formule (1) dans la question précédente.

Former le réseau des lignes de courant et équipotentiels ; etc...

...en construction (figure xxx...).

5.12. Problèmes d'intrusions salines en nappes côtières

5.12.1. Coin salé sans recharge ni pompage en symétrie plane (voir + haut)

Ce problème très simplifié a déjà été développé plus haut, à titre d'illustration du cours, dans la section consacrée à l'approche « interface abrupte » (Chapître « traceurs, polluants et intrusions salines »)...

5.12.2. Intrusion saline avec recharge : îlot en symétrie plane (ou axiale)

On étudie ici le problème d'intrusion saline dans un îlot de taille finie (bande de terre rectiligne ou îlot circulaire) soumis à une recharge, par exemple la pluie nette infiltrée moyenne (saisonnnière ou annuelle), en ignorant cependant les pompages.

On traitera d'abord le cas général des deux géométries :

◆ **plane (ilôt rectiligne) ;**

◆ **axiale (ilôt circulaire);**

On détaillera ensuite les calculs pour la géométrie plane (bande de terre rectiligne du type « Florida Keys »).

On distinguera de plus les deux sous-cas suivants (le 1^{er} est plus simple à traiter que le 2nd) :

(1) l'interface salée n'est pas interceptée par le substratum de l'aquifère ;

(2) l'interface salée n'est pas interceptée par le substratum de l'aquifère ;

Axes (x,z). Par cohérence avec le problème suivant, on résoudra le problème dans le demi-domaine de droite, avec l'axe « x » orienté vers la droite (et non vers la gauche), $x = 0$ au centre de symétrie de la bande de terre, et $x = L_0$ au point de sortie à la mer. De cette manière, le débit d'eau douce Q est positif lorsqu'il s'écoule vers la mer. L'axe « z » est orienté vers le haut, avec son origine au niveau de la mer.

Cette étude correspond à un exercice où les questions posées étaient les suivantes, avec application numérique.

Question I.1.

Résoudre le problème dans le cas 2 où l'interface douce/salée est interceptée par le substratum : exprimer $h(x)$ et $H(x)$, où « h » est l'épaisseur de la lentille d'eau douce, et « H » la profondeur de l'interface salée (toutes deux par rapport au niveau de la mer). Résumer finalement la solution dans tous les cas (1) et (2).

Question I.2.

Proposer deux applications numériques permettant d'illustrer la solution obtenue, l'une pour la cas (1) et l'autre pour le cas (2), en prenant comme contraste de densité $\varepsilon \approx 0.025$ ou $\varepsilon \approx 0.035$, et comme conductivité hydraulique $K \approx 10$ m/j ou $K \approx 10^{-4}$ m/s. Tracer ces deux solutions, par exemple en coupes verticales, avec « z » dilatée si nécessaire.

Question subsidiaire.

Quelle est la *charge hydraulique* dans l'eau douce, et la *charge hydraulique* dans l'eau salée, en tout profil vertical « x » ?

A. FORMULATION ET RESOLUTION GENERALE DU PROBLEME D'INTRUSION SALINE AVEC RECHARGE,
DANS LES DEUX GEOMETRIES (EN SYMETRIE PLANE OU AXIALE)

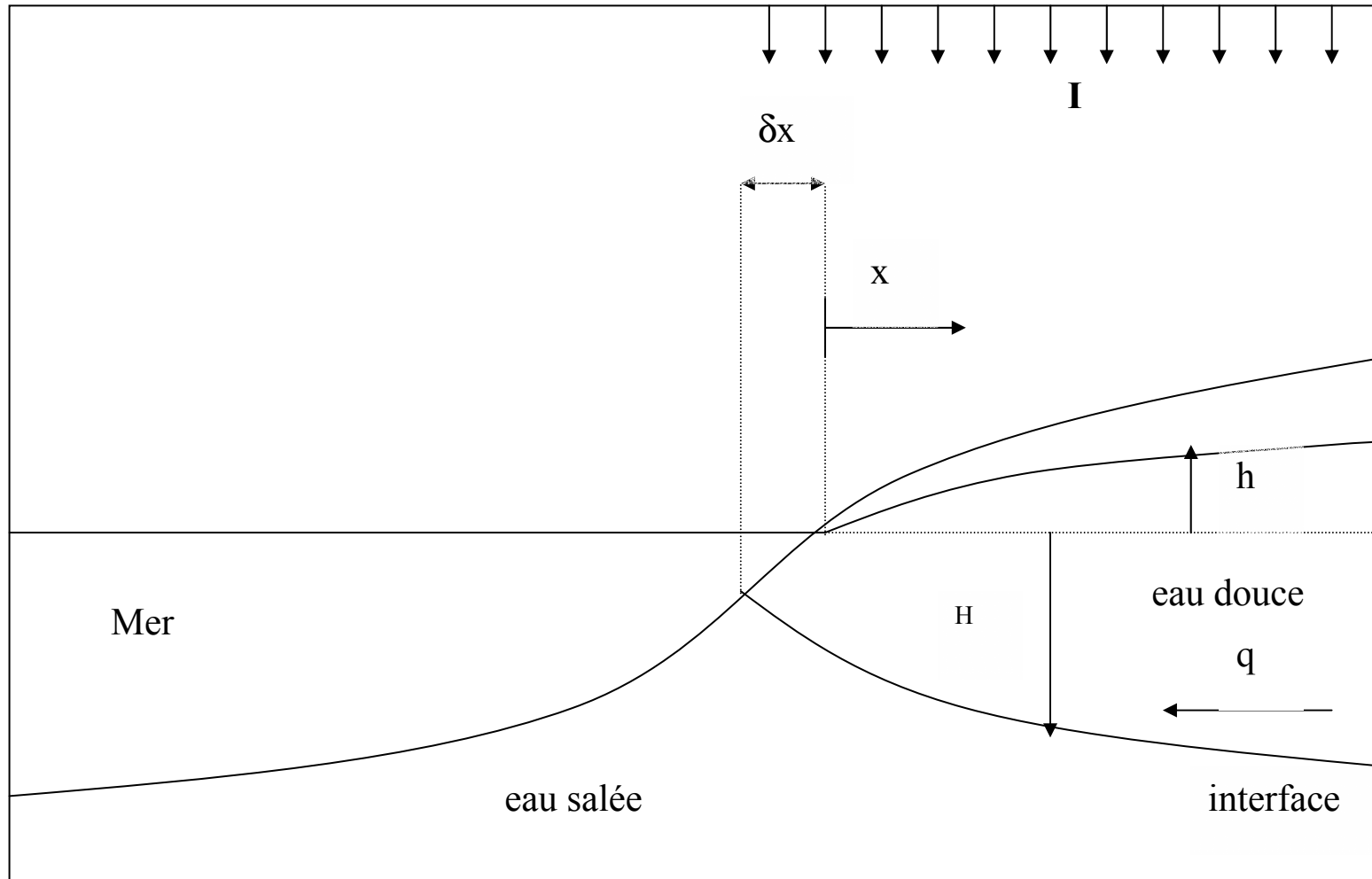


Figure A (ancienne figure I.1)

Objectifs communs à tous les problèmes

Quelle que soit la géométrie et les conditions limites du problème, on veut connaître en régime permanent les profils $h(x,y)$ et $H(x,y)$ caractérisant, respectivement, la surface libre de la nappe d'eau douce (h) et l'interface eau douce / eau salée (H) par rapport au niveau de la mer, ainsi que le flux d'eau douce (q ou Q) s'écoulant vers la mer.

On suppose qu'il existe un plancher imperméable plan et horizontal, commun aux nappes souterraines d'eau douce et d'eau salée ; si ce plancher est relativement peu profond, la nappe salée peut être interceptée par le plancher à une distance L ou L_s qui est la longueur de pénétration du coin salé vers l'intérieur.

Longueur de pénétration du coin salé vers l'intérieur : *penetration length of the salt wedge inland*.

Conventions de signes

L'orientation choisie ici pour l'axe « x » est une **orientation vers l'intérieur des terres**,

En conséquence, la densité de flux d'eau douce (composante q_x) est ici de **signe négatif** car l'eau douce s'écoule vers la mer dans les problèmes considérés ici.

L'axe Z est choisi pointant vers le haut, de sorte qu'une recharge d'eau douce (e.g. la pluie nette infiltrée « I ») se traduit par un terme source positif, tandis qu'une extraction d'eau douce se traduirait par un terme puits négatif (par exemple une évaporation nette ou, le cas échéant, un débit d'extraction par pompe).

Hypothèses générales (rappels)

- ◆ Régime permanent.
- ◆ Aquifère homogène.
- ◆ Substratum imperméable plan et horizontal.
- ◆ Pas de superstratum (la nappe d'eau douce est à surface libre).
- ◆ Vitesses quasi-horizontales dans l'eau douce : vitesses verticales négligées, pression verticalement hydrostatique (approximation de Dupuit, ou Dupuit-Boussinesq).
- ◆ Nappe d'eau salée quasi-statique : pas de débit d'eau salée vers l'intérieur des terres.
- ◆ Interface abrupte entre eau douce et eau de mer : on néglige la diffusion de sel.
- ◆ Le coin salé (biseau salé, *salt wedge*) forme une zone continue et connexe à la mer.

Définitions (rappels)

- ◆ ρ_D ou ρ_0 : masse volumique de l'eau douce [kg/m^3].
- ◆ ρ_S : masse volumique de l'eau salée [kg/m^3].
- ◆ $\varepsilon = (\rho_S - \rho_D) / \rho_D$: contraste de densité entre eau douce et eau salée.
- ◆ K : conductivité hydraulique du massif poreux [m/s]
- ◆ T : transmissivité hydraulique de la nape d'eau douce [m^2/s]
- ◆ q : densité de flux de l'eau douce vers la mer (verticalement intégrée) en [m^2/s],
ou encore, de façon équivalente, débit spécifique en [$\text{m}^3/\text{s}/\text{mètre de côte}$].
- ◆ I : taux de recharge nette de la nape d'eau douce en [m/s] ou [mm/an]
(précipitations, irrigations etc...)
- ◆ $h(x,y)$: hauteur de la surface libre d'eau douce par rapport à la mer [m]
- ◆ $H(x,y)$: profondeur de l'interface par rapport à la mer [m]
- ◆ H_0 profondeur du plancher imperméable s'il existe.
- ◆ δx et δz : tailles horizontale et verticale de la face de sortie de l'eau douce vers la mer
(on les néglige dans une première approche, i.e., on prend δx et $\delta z \rightarrow 0$).

Equations générales (symétrie plane et/ou axiale)

Le comportement du système est régi par des EDP que nous exprimerons en coordonnées cartésiennes pour les problèmes à symétrie plane, et en coordonnées cylindriques pour les problèmes à symétrie axiale.

Le **tableau** suivant illustre les deux types de géométrie, chacune pouvant se partager en deux sous-cas, avec ou sans recharge nette ($I > 0$ ou $I = 0$) :

GEOMETRIES & CONDITIONS	Symétrie plane	Symétrie axiale
Domaine semi-infini suivant l'axe de l'écoulement ; recharge nulle $I = 0$ (*)	Côte rectiligne \perp à « x », (recharge nulle: $I = 0$)	<i>Ilôt avec lac intérieur et $I=0$ – problème un peu artificiel non traité ici:</i>
Domaine fini suivant l'axe de l'écoulement ; recharge positive $I > 0$	Ilôt rectiligne \perp à « x », avec recharge ($I > 0$).	Ilôt circulaire de rayon R_0 avec recharge ($I > 0$).

(*) Pour le cas du domaine semi-infini en « x », le débit d'eau douce vers la mer est fixé. Mais ce cas peut aussi être interprété comme l'écoulement d'un réservoir d'eau douce vers un réservoir d'eau salé, les niveaux des réservoirs étant fixés et la distance entre les deux réservoirs étant finie.

Equation de conservation d'eau douce (plane ou axiale)

On applique en intégration verticale le principe de conservation de masse (ou de volume, car l'eau est supposée incompressible).

En régime permanent, l'équation de continuité du débit d'eau douce implique, globalement, que le flux entrant est égal au flux sortant.

Avec l'approximation écoulements plans (Dupuit-Boussinesq), le flux à considérer est le débit spécifique, et les frontières d'entrée/sortie sont déniées dans le plan (x,y). Un autre terme d'entrée/sortie, tel que la pluie nette, se présente comme un terme source dans le plan (x,y) : taux de recharge I [m/s].

En **géométrie plane « 1D »**, avec un écoulement // à x, la conservation de l'eau douce donne :

$$\frac{\partial q}{\partial x} = I \Rightarrow q = Ix + A \quad \text{où « q » représente la composante « x » du flux ou débit spécifique.}$$

En **symétrie axiale « 2D »**, avec un écoulement radial suivant r :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rq)}{\partial r} = I \Rightarrow q = \frac{Ir}{2} + \frac{A}{r} \quad \text{avec } r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

où « q » représente cette fois-ci la composante radiale du flux ou débit spécifique.

Loi de Darcy dans l'eau douce (plane ou axiale)

On exprime maintenant la loi de Darcy verticalement intégrée, en symétrie plane ou axiale.

En symétrie plane, avec un écoulement parallèle à « x » :

$$q = -K(h + H) \frac{\partial h}{\partial x} = -T \frac{\partial h}{\partial x}$$

En symétrie axiale, avec un écoulement radial (suivant « r ») :

$$q = -K(h + H) \frac{\partial h}{\partial r} = -T \frac{\partial h}{\partial r}$$

Dans les deux cas, T représente la transmissivité hydraulique de la nappe d'eau douce :

$$T = K(H + h) \quad [m^2/s]$$

Continuité de pression à l'interface douce/salée - et relation de Ghyben-Herzberg

Pour clore le système d'équations régissant l'écoulement d'eau douce, on utilise le principe de Badon-Ghyben-Herzberg (noté « **Ghyben-Herzberg** » ou « **G-H** ») qui décrit l'égalité des pressions à l'interface entre l'eau salée et la nappe d'eau douce. Rappelons que cette relation utilise les approximations suivantes : quasi-statique pour l'eau salée, et verticalement hydrostatique pour l'eau douce. On obtient ainsi une relation entre $h(x,y)$ et $H(x,y)$ en tout point (x,y) dans la zone du coin salé ($x < L$ ou $r < R$) :

$$\rho_d g(h + H) = \rho_s gH \Rightarrow H = \frac{1}{\varepsilon} h \quad \text{avec} \quad \varepsilon = \frac{\rho_s - \rho_d}{\rho_d} \quad (\text{contraste de densité eau douce / eau salée}).$$

Exemple. Si $\varepsilon \approx 0.025$ on obtient $H \approx 40 h$: c'est-à-dire que la profondeur de l'interface sous le niveau de la mer est environ 40 fois plus grande que l'épaisseur de la lentille d'eau douce (*freshwater lens*) au-dessus du niveau de la mer.

Grâce la relation de G-H, la transmissivité peut s'exprimer en termes de la seule variable « $h(x,y)$ » en tout point du plan (x,y) situé dans la zone du coin salé :

$$H = \frac{1}{\varepsilon} h \Rightarrow T = K \left(\frac{1 + \varepsilon}{\varepsilon} \right) h \quad (x < L \text{ ou } r < R)$$

En tout point du plan (x,y) situé hors de la zone du coin salé (en amont du coin salé) on a :

$$H = H_0 \Rightarrow T = K (H_0 + h) \quad (x > L \text{ ou } r > R)$$

Solution formelle des équations en géométrie plane (sans les conditions limites)

Les expressions analytiques de la profondeur de l'interface salée $H(x,y)$, et du profil de la nappe d'eau douce $h(x,y)$, sont alors obtenues en résolvant les trois équations précédentes : (1) conservation, (2) Darcy, et (3) Ghyben-Herzberg.

En géométrie plane (1D) :

Dans la zone du coin salé ($x < L$), on obtient en géométrie plane (ilôt rectiligne) :

$$q = -K(h + H) \frac{\partial h}{\partial x} = Ix + A \Rightarrow -K\left(h + \frac{h}{\varepsilon}\right) \frac{\partial h}{\partial x} = Ix + A$$

$$\Rightarrow -K\left(\frac{1+\varepsilon}{\varepsilon}\right) \frac{1}{2} \frac{\partial(h^2)}{\partial x} = Ix + A \Rightarrow \frac{\partial(h^2)}{\partial x} = -2\varepsilon \frac{Ix + A}{K(\varepsilon + 1)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} h(x) = \sqrt{-\varepsilon \frac{Ix^2 + 2Ax - 2B}{K(\varepsilon + 1)}} \\ H(x) = \sqrt{-\frac{Ix^2 + 2Ax - 2B}{K\varepsilon(\varepsilon + 1)}} \end{cases}$$

Dans la zone d'eau douce située en amont du coin salé ($x > L$), si elle existe, on obtient pour l'ilôt rectiligne:

$$-K(h + H_0) \frac{\partial h}{\partial x} = Ix + A' \Rightarrow -K(h + H_0) \frac{\partial(h + H_0)}{\partial x} = Ix + A'$$

$$\Rightarrow -K \frac{1}{2} \frac{\partial((h + H_0)^2)}{\partial x} = Ix + A' \Rightarrow \frac{\partial((h + H_0)^2)}{\partial x} = -2 \frac{Ix + A'}{K}$$

$$\Rightarrow h(x) + H_0 = \sqrt{-\frac{Ix^2 + 2A'x - 2B'}{K}} \quad (\text{avec } A' = A \text{ comme expliqué ci-dessous}).$$

Les constantes A, A', B et B' restent à déterminer en fonction des conditions limites du problème (étudiées plus loin). Noter cependant que la constante A' de la dernière expression est la même que la constante A de l'expression précédente : en effet, par continuité du flux en $x = L$, on doit avoir $q(x) = I \cdot x + A = Ix + A'$ en $x=L$, d'où $A' = A = -I L_0$.

En géométrie axiale (2D) :

Un résultat similaire en termes de H(r) et h(r) peut être obtenu à partir des relations déjà obtenues plus haut, en géométrie axiale, mais ce dernier calcul ne sera pas détaillé ici...

(.....).

B. SUITE : SOLUTION DE L'INTRUSION AVEC RECHARGE A SYMETRIE PLANE (ILOT RECTILIGNE)

Voir **Tableau ↑** : le flux d'eau douce vers la côte, q , est entièrement du à la recharge I (pluie nette infiltrée sur la bande de largeur $2L_0$). Par symétrie, on ne traite que la moitié gauche du domaine (**figure ↓**).

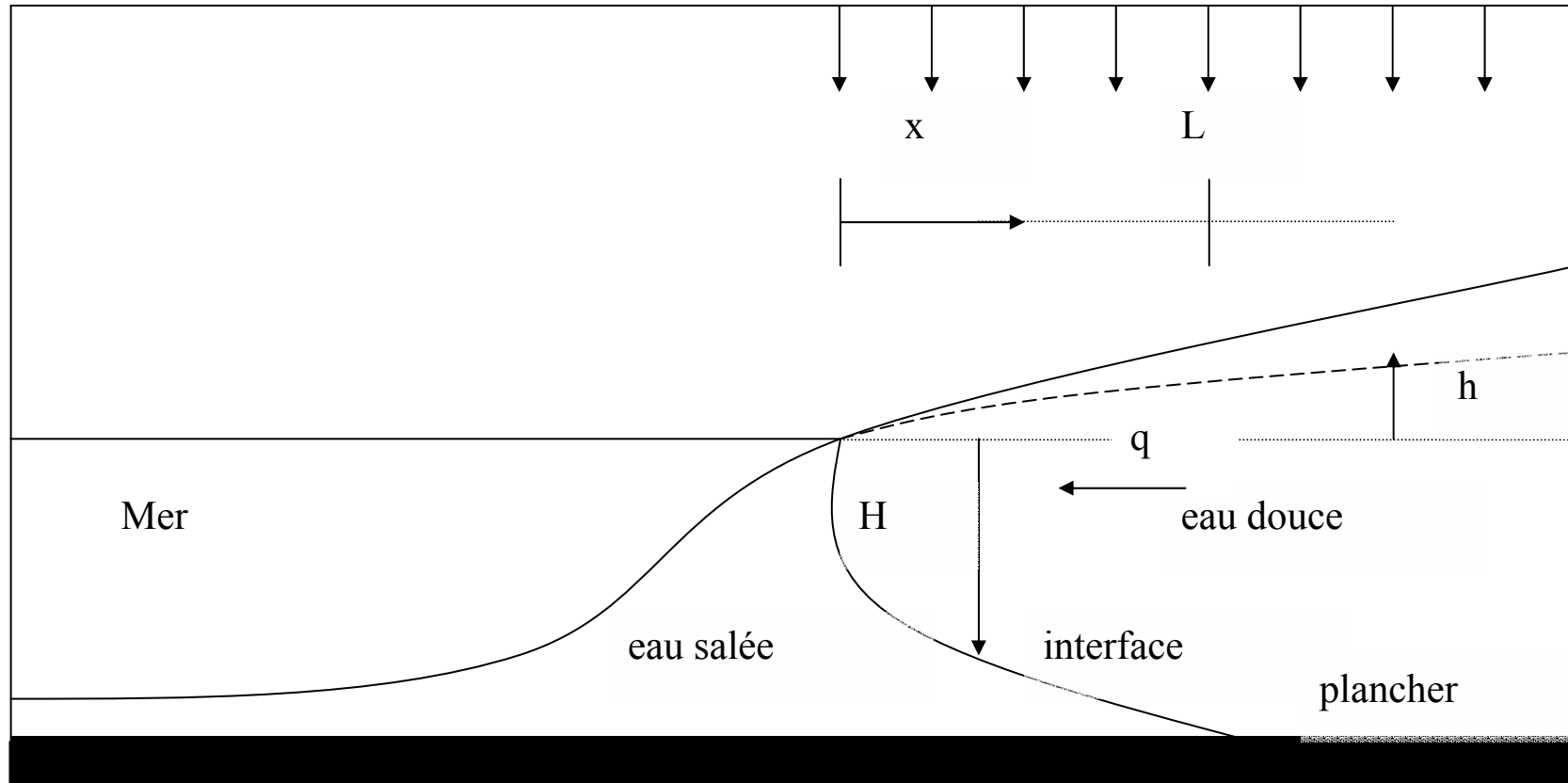


Figure B (ancienne figure II.3)

Notons « L_0 » la demi-largeur de la bande de terre. Remarquons que cette bande de terre, infinie suivant « y », est une sorte d'ilôt à symétrie plane. En effet, dans le cas axial, la bande de terre devient un ilôt circulaire, et la demi-largeur L_0 devient le rayon R_0 de l'ilôt.

Remarquer que le domaine d'infiltration de l'eau de pluie (recharge I) est L_0 , et donc, le produit $I L_0$ est forcément égal (au signe près) au débit spécifique d'eau douce vers la mer.

On notera $q_0 = I L_0$ le débit spécifique (en valeur absolue) d'eau douce vers la mer.

Solution dans la zone du coin salé $0 < x < L$:

Débit spécifique d'eau douce (négatif ici) :

$$q(x) = Ix + A$$

Hypothèse simplificatrice : la totalité du débit passe par le point triple interface/côte/mer. D'où la condition limite en $x=0$:

$$q(0) = -I L_0 = -q_0$$

$$q_0 = I L_0 = -A$$

$$A = -I L_0$$

$$q(x) = I(x - L_0)$$

De plus, en $x=0$, la surface libre de la nappe d'eau douce atteint le niveau de la mer, soit :

$$h(0)=0 \Rightarrow B=0 \text{ dans la formule } h(x) \text{ donnée plus haut.}$$

Ce qui donne finalement, pour les profils $h(x)$ et $H(x)$, dans la zone $x < L$ ¹ :

$$h(x) = \sqrt{-\frac{\varepsilon}{(1+\varepsilon)} \frac{I}{K} x(2L_0 - x)}$$

$$H(x) = \frac{h(x)}{\varepsilon} = \sqrt{-\frac{1}{\varepsilon(1+\varepsilon)} \frac{I}{K} x(2L_0 - x)}$$

Dans ces expressions, noter que $x(2L_0 - x)$ peut aussi s'écrire $(L_0^2 - (L_0 - x)^2)$.

Application numérique (exemple).

Exemple d'application pour H_0 suffisamment grand (ici pour $H_0 > H_{MAX}$) :

$$\varepsilon = 0.025$$

$$L_0 = 1000 \text{ m}$$

$$K \approx 10 \text{ m/j} \approx 10^{-4} \text{ m/s}$$

$$I_0 \approx 365 \text{ mm/an} \approx 1 \text{ mm/j} \approx 10^{-8} \text{ m/s}$$

$$h(L_0) = h_{MAX} \approx \dots$$

$$H(L_0) = H_{MAX} \approx 62.5 \text{ m}$$

On voit que la profondeur du coin salé au centre de la bande de terre (de l'îlot rectiligne) est d'environ soixante mètres ($H_{MAX}=62.5 \text{ m}$). Mais ce résultat n'est valide que si la profondeur H_0 du substratum est supérieure à H_{MAX} . Sinon, il faut d'abord calculer la longueur de pénétration du coin salé sur le substratum (ci-dessous).

¹Résultat identique à celui du Cours d'Hydrologie Souterraine, TD2, Janvier 2004.

Calcul de la longueur du coin salé L :

Calculons maintenant « L », la longueur de pénétration du coin salé (*intrusion length of saltwedge inland*), correspondant à l'intersection de l'interface avec le plancher imperméable.

En $x = L$, on doit avoir $H(L) = H_0$. En insérant l'expression précédente de $H(x)$ dans cette relation, on obtient une équation du 2nd degré en L, soit :

$$IL^2 + 2q_0L - K\varepsilon(\varepsilon + 1)H_0^2 = 0$$

ou encore :

$$\xi^2 - 2\xi + G = 0$$

$$\text{avec } \xi = \frac{L}{L_0} \text{ et } G = \varepsilon(\varepsilon + 1) \frac{K}{I} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2.$$

On choisit la racine (physiquement correcte) telle que $\xi = L/L_0$ augmente lorsque le rapport I/K diminue, et on rejette l'autre racine (physiquement incorrecte). Cela donne :

$$L = L_0 \left\{ 1 - \sqrt{1 - \varepsilon(\varepsilon + 1) \frac{K}{I} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2} \right\}$$

Analyse du groupe adimensionnel « G »

Noter qu'il n'y a pas de solution au problème si les paramètres sont tels que $G > 1$.

En effet, lorsque $G = 1$, le coin salé atteint le centre du domaine et touche le plancher en $x = L_0$ (car $L = L_0$).

Lorsque G augmente encore ($G > 1$), le coin salé envahit toute la largeur du domaine, l'interface n'est pas interceptée par le plancher imperméable, donc « L » n'existe pas et seule la solution $H(x)$ précédente est applicable.

Si $G < 1$, la longueur d'intrusion « L » existe (car $L < L_0$), et il reste alors à déterminer la forme de la nappe à l'amont du coin salé, c'est-à-dire pour $L < x < L_0$.

Calcul du profil $h(x)$ pour $x > L$ (à l'amont du coin salé)

L'intégration générale du problème à symétrie plane donnait, pour $x > L$ [voir 1^{ère} partie]:

$$h(x) + H_0 = \sqrt{\frac{-Ix^2 - 2A'x + 2B'}{K}} \quad \text{avec } A' = A = -IL_0,$$

$$\text{d'où : } h(x) = -H_0 + \sqrt{\frac{-Ix^2 + 2IL_0x + 2B'}{K}}$$

Enfin, on détermine la dernière constante B' en appliquant la condition de G-H en $x = L$:

$$h(L) = \varepsilon H(L) = \varepsilon H_0 \quad \implies \quad h(L) = -H_0 + \sqrt{\frac{-IL^2 + 2ILL_0 + 2B'}{K}} = \varepsilon H_0.$$

Après calculs, on devrait trouver :

$$B' = \frac{IL_0^2}{2} \left((1 + \varepsilon)^2 \frac{K}{I} \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^2 - \frac{L}{L_0} \left(2 - \frac{L}{L_0} \right) \right)$$

Et finalement, après calculs, on devrait trouver, pour $L < x < L_0$:

$$h(x) = -H_0 + \sqrt{\frac{I}{K} (2L_0(x - L) - (x^2 - L^2)) + (1 + \varepsilon)^2 H_0^2}$$

ou encore, toujours pour $L < x < L_0$:

$$h(x) = -H_0 + \sqrt{\frac{I}{K} (x - L)(2L_0 - (x + L)) + (1 + \varepsilon)^2 H_0^2}$$

On retrouve bien $h(L) = \varepsilon H_0$ comme il se doit.

Il faudrait aussi vérifier que l'on retrouve bien, par la loi de Darcy, $q(x) = -I(L_0 - x)$ lorsque $x \in [L, L_0]$, et en particulier $q(L_0) = 0$, i.e., flux nul au centre de l'îlot rectiligne.

Calculons finalement **l'épaisseur de la lentille d'eau douce au centre du domaine**, $h(L_0)$. En insérant l'expression obtenue plus haut pour L (à condition que $G > 1$ c'est-à-dire $L < L_0$), on obtient :

$$h_{MAX} = h(L_0) = -H_0 + \sqrt{\frac{I}{K} (L - L_0)^2 + (1 + \varepsilon)^2 H_0^2} = -H_0 + \sqrt{\frac{I}{K} L_0^2 + (1 - \varepsilon) H_0^2} .$$

Pour une application numérique, reprendre le cas précédent avec $H_0 < 62.5$ m, e.g., $H_0 = 30$ m.

5.12.3. Intrusion saline avec recharge et pompage (en construction)...

5.12.4. Intrusion saline en aquifère semi-confiné avec drainance (en construction)...

5.12.5. Equilibre eau douce – eau saumâtre dans un bassin aride (en construction)...

CHAPITRE 6. Annexes

6.1. Annexe A : Coefficients et propriétés hydrauliques des aquifères.

Cette note annexe constitue un complément au cours d'Hydrologie Souterraine concernant la définition et la signification des coefficients hydrauliques tels que :

- ◆ capacité d'emmagasinement,
- ◆ perméabilité/transmissivité, et
- ◆ diffusivité hydraulique.

Ceci pour deux types de représentation (modélisation) des écoulements :

- ◆ équations locales (écoulements "3D"), et
- ◆ équations verticalement intégrées (écoulements plans "2D").

On présente trois tableaux :

- ◆ **TABLEAU (I).** Ce tableau récapitule les différents types de coefficients qui interviennent dans la description des écoulements souterrains, soit en "3D", soit en "2D plan" : conductivité hydraulique (K), transmissivité hydraulique (T), capacité spécifique locale 3D ($C = C_S$ élastique), capacité d'un aquifère à nappe captive verticalement intégrée ($C = C_{NAPPE}$ élastique), capacité d'un aquifère à nappe libre ou "porosité efficace" de l'aquifère ($C = C_{NAPPE} = \Phi_{EFF}$).

- ◆ **TABLEAU (II)**. Ce tableau donne les valeurs typiques des caractéristiques hydrauliques pour certaines formations géologiques, en particulier les aquifères gravo-sableux.
- ◆ **TABLEAU (III)**. Ce tableau résume les propriétés physiques (viscosités, compressibilités) d'où sont tirés ces coefficients hydrauliques. On y trouvera par exemple la relation entre perméabilité de Darcy et conductivité hydraulique, l'expression du coefficient d'emménagement élastique, et les analyses dimensionnelles correspondantes.

Le **Tableau (I)** en particulier appelle les remarques suivantes :

- ◆ Les coefficients (K, C_S) sont locaux ("3D"), tandis que les autres coefficients (T, C) caractérisent globalement la nappe sur toute son épaisseur ("plan 2D").
- ◆ Les capacités d'emménagement des aquifères à nappe captive sont "élastiques", i.e. de nature hydromécanique, car dus aux effets de déformation volumique (supposée élastique) de l'aquifère poreux et de l'eau interstitielle.
- ◆ La capacité d'emménagement globale d'une nappe libre est assimilée, en première approximation, à la porosité efficace moyenne de l'aquifère. Celle-ci devrait être notablement inférieure à la porosité totale, surtout en présence d'argile (qui draine trop lentement pour être prise en compte). De plus, si l'aquifère est hétérogène et stratifié, notons que c'est la porosité au voisinage de la surface libre qui compte le plus dans la valeur "moyenne" à estimer.

NB: Concernant la terminologie anglo-saxonne, voir le **LEXIQUE** franco-anglais dans une autre annexe.

TABLEAU (I): CARACTERISTIQUES HYDRAULIQUES DES MILIEUX GEOLOGIQUES

	<i>Termes capacitifs (coeffs d'emmagasinement)</i>		<i>Termes conductifs (conductivité-transmissivité)</i>	
	<i>Nappe Captive</i>	<i>Nappe Libre</i>	<i>Nappe Captive</i>	<i>Nappe libre</i>
<i>Equations locales (x,y,z) 3D</i>	Capacité d'emmagasinement élastique spécifique : $C_s \approx 10^{-4}$ à 10^{-5} m^{-1} ou $(\text{m}^3/\text{m}^3)/\text{m}$.	Il existe une capacité élastique $C_s [\text{m}^{-1}]$ mais elle est globalement négligeable.	Conductivité hydraulique $K \approx 10^{-2}$ à 10^{-5} m/s ou $(\text{m}^3/\text{s})/\text{m}^2$.	Idem : conductivité hydraulique $K [\text{m/s}]$
<i>Equations en plan (x,y) 2D</i>	Capacité d'emmagasinement élastique de nappe : $C \approx 10^{-3}$ à $10^{-4} \text{ m}^3/\text{m}^3$.	Capacité d'emmagasinement de nappe libre, porosité efficace : $C \approx \Phi_{\text{EFF}} \approx 0.10 \text{ m}^3/\text{m}^3$.	Transmissivité hydraulique $T = K E [\text{m}^2/\text{s}]$ ou $[(\text{m}^3/\text{s})/\text{m}]$, pour un aquifère d'épaisseur "E", avec: $E = Z_S - Z_P$.	Transmissivité hydraulique $T = K \cdot (H - Z_P) [\text{m}^2/\text{s}]$ où H est la cote de la surface libre, et Z_P la cote du plancher de l'aquifère.

TABLEAU(II): VALEURS TYPQUES DES PROPRIETES HYDRAULIQUES

	<i>Compressibilité</i>	<i>Porosité</i>	<i>Perméabilité</i>
<i>Graviers</i>	$\alpha \approx 10^{-9} \text{ Pa}^{-1}$	15%-25% (40%max)	10^{+3} Darcy 10^{-2} m/s
<i>Sables</i>	$\alpha \approx 10^{-8} \text{ Pa}^{-1}$	20%-30% (50%max)	1 Darcy 10^{-5} m/s
<i>Argiles</i>	$\alpha \approx 10^{-7} \text{ Pa}^{-1}$	40%-70%	10^{-4} Darcy 10^{-9} m/s
<i>Granites peu fracturés</i>	$\alpha \approx 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$	1%-5%	? 10^{-7} Darcy ? 10^{-12} m/s
<i>Eau liquide</i>	$\beta = 4.4 \times 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$	100%	---

TABLEAU (III). VISCOSITES, COMPRESSIBILITES, PERMEABILITES (ANALYSE DIMENSIONNELLE)

Unités S.I.: Force=**F** (Newton),

Longueur=**L** (mètres),

Temps=**T** (secondes),

Masse=**M** (kg).

Masse volumique: ρ [ML⁻³]

Accélération: g [LT⁻²] ou [FM⁻¹]

Viscosité dynamique: $\tau_{xy} = -\mu \partial U_x / \partial y$

$$\rightarrow \mu$$
 [FTL⁻²]

$$\rightarrow \text{Centipoises: } 1 \text{ Cp} = 10^{-3} \text{ N.s/m}^2$$

Viscosité cinématique: $\nu = \mu / \rho$ [L²T⁻¹]

$$\rightarrow \text{Centistokes : } 1 \text{ Cst} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

TABLEAU (III) – SUITE...

Perméabilité de Darcy :	\mathbf{k} [L^2]
	\rightarrow k en m^2 ou <i>Darcy</i> : $1 m^2 \approx 10^{12}$ <i>Darcy</i> .
Conductivité hydraulique:	\mathbf{K} [LT^{-1}] \rightarrow K en m/s
Relation conductivité/perméabilité:	$\mathbf{K} = \rho g \mathbf{k} / \mu$
	Si $k=1$ <i>Darcy</i> = $10^{-12} m^2$
	$\rightarrow K=10^{-5} m/s$ (eau à 25°C)
Porosité :	$\boldsymbol{\phi} = \frac{V_{PORES}}{V_{TOTAL}}$ en m^3/m^3 [adimensionnel]

Compressibilité :	$\boldsymbol{\alpha} = -\frac{1}{V} \frac{dV}{d\sigma_{eff}}$ [L^2F^{-1}] \rightarrow α en Pa^{-1}
Capacité d'emmagasinement spécifique (élastique) :	
	$\mathbf{C}_S = \rho g (\alpha + \phi \beta)$ [L^{-1}] \rightarrow C_S en m^{-1} ou $(m^3/m^3)/m$.

6.2. AnnexeB : lexique franco-anglais d'hydraulique souterraine

LEXIQUE : EBAUCH (EN CONSTRUCTION...)

<i>Terme français</i>	<i>Variantes et remarques</i>	<i>Equivalents anglais</i>
Nappes souterraines	Eaux souterraines [général]	Groundwater [abbrév.: GW]
Nappe confinée	Nappe captive	Confined (GW or aquifer).
Surface libre		Free surface. Watertable
Nappe libre	Nappe phréatique	Free surface GW
Ecoulement souterrain		Groundwater flow.
Capacité d'emmagasinement spécifique	Capacité élastique spécifique (nappe captive)	Specific storativity (SS).
Capacité d'emmagasinement de nappe captive	Capacité élastique globale de la nappe captive	Storativity (S).
Capacité d'emmagasinement de nappe libre	Capacité assimilée à une "porosité efficace".	Specific yield (SY).
Porosité efficace.	Porosité effective.	Effective porosity.

Conductivité hydraulique	Perméabilité, conductivité	Hydraulic conductivity.
Transmissivité hydrau.		Hydraulic transmissivity
Perméabilité...	...de Darcy, intrinsèque.	Permeability (intrinsic...)
Super / sub - stratum		Super / sub - stratum
Imperméable		Impervious (layer)
Semi-perméable		Semi-pervious (layer)
Semi-confiné		Semi-confined (aquifer)
Drainance		Leakage
Artésien		Artesian (free flowing)
Limon fin		Silt
Sable		Sand
Argile		Clay
Surface spécifique		Specific area
Densité apparente sèche		Dry bulk density
Densité apparente humide		Wet bulk density

Porosité		Porosity
Indice des vides		Void ratio
Teneur en eau volumique		Volumetric water content
Pression (en hauteur d'eau)		Pressure head
Charge hydraulique		Hydraulic head
Cote piézométrique		Piezometric level
Succion	Voir « pression capillaire »...	Suction (suction head)
Suintement	Seepage : écoulement lent ; to seep out : s'exfiltrer ;...	Seepage
Pression capillaire		Capillary pressure
Frange capillaire		Capillary fringe
Pression d'entrée d'air		Bubbling pressure
...
<i>DERNIERE LIGNE</i>	<i>FIN DU LEXIQUE</i>	<i>LAST LINE</i>

CHAPITRE 7. LISTE DES REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES (*)

(*) Bibliographie en construction :
1 – Principaux textes de référence (hydrogéologie)

Les ouvrages soulignés peuvent être considérés comme ouvrages de référence pour ce cours.

*Les auteurs marqués d'un signe « * » sont disponibles à la bibliothèque de l'INP/ENSEEIH à Toulouse.*

- **Freeze and Cherry (1979) : *Groundwater*. Prentice-Hall. Englewood Cliffs NJ 07632, USA.**
- **Schneebeli G. (1978, ré-éd.1987)*: *Hydraulique souterraine*. Eyrolles (Coll. DER-EDF)**
- **Musy A. et M.Soutter (1991)*: *Physique du sol*. Collection "Gérer l'Environnement" (Vol.6). Presses Polytech. et Univ. Romandes. Lausanne. 335 pp.**
- **Marsily (de) G. (1986)*: *Hydrogéologie quantitative*. Masson. [Existe aussi en anglais :] Marsily (de) G., 1986. *Quantitative Hydrogeology (Groundwater Hydrology for Engineers)*. Academic Press, New York, (1986), 440 pp.**
- **Bear, J. (1972 & 1988)*: *Dynamics of Fluids in Porous Media*. American Elsevier, N.Y. (1972) -- republished by Dover Publications Inc., N.Y. (1988), 764 pp.**

(*) ***Bibliographie en construction :***
2 - Autres textes de référence (hydrogéologie, hydrologie, hydraulique souterraine).

- Bedient P. B., Huber C. W., 2002. *Hydrology and Floodplain Analysis* (3rd ed.), 2002.
- Chow V.T., Maidment D.R., Mays L.W. *Applied Hydrology*. Mc Graw-Hill International Editions, Civil Engineering Series, (1988), 572 pp.
- Castany G., circa 1965 (ré-éd.1982)*: *Principes et méthodes de l'hydrogéologie*. Dunod Univ.
- Castany G., 1968*: *Prospection et exploitation des eaux souterraines*. Dunod. Paris. 683pp+
- Chae Y.S. & A.Hamidi, 1999: *Groundwater and Surface Water Pollution* (Ch.9,...), CRC Press LLC.
- Harr M.E. 1962. *Groundwater and seepage*. New York: McGraw-Hill Book Company & Dover (...)
[Cet ouvrage inclut une annexe sur le calcul des potentiels complexes en variable complexe].
- Hillel D., 1974*: *L'eau et le sol (principes et processus physiques)*. Trad. de l'anglais par L.W.de Backer. Vaander éditeur. Louvain.
- Todd D.K. 1959 (1967)*: *Ground Water Hydrology*. John Wiley & Sons. NY.
- Davis N.S., R.J.M.DeWiest 1966*: *Hydrogeology*. John Wiley & Sons. NY.
- Bize J., L.Bourguet, J.Lemoine 1972*: *L'alimentation artificielle des nappes souterraines*. Masson et Cie éditeurs. Paris.
- Cedergren H.R., 1967*: *Seepage, Drainage, and Flow Nets*. John Wiley & Sons. NY
- Wolsack J., 1979: *Cours d'hydraulique générale : hydraulique souterraine*. ENGREF, Paris.

(*) Bibliographie en construction :**3. - Articles d'hydrogéologie appliquée (gestion & exploitation des eaux souterraines)**

- Grenet B., H.Haeffner, A.Samson, P.Suzanne, 1996: "Stratégie d'exploitation des nappes de l'Albien et du Néocomien en région parisienne", in *La Houille Blanche - Revue Internationale de l'Eau*, Dossier "Les nappes Profondes" 2^{ème} Partie, No.4, 1996, pp.20-26.
- Chauveau L., 1997a: "La France gâche son eau", in *Science & Vie*, No.953, Février 1997 : Dossier "Menaces sur l'eau", pp.96-99.
- Chauveau L., 1997b: "Les pouvoirs publics baissent les bras", in *Science & Vie*, No.953, Février 1997 : Dossier "Menaces sur l'eau", pp.100-101.
- Adour Garonne - Revue de l'Agence de l'Eau: No.Spéc. *Eau Souterraine*, Hors Série, Hiver 2002, 84p.
- Adour Garonne - Revue de l'Agence de l'Eau : No.76, Eté 1999 : "Les derniers avis du conseil scientifique du comité de bassin Adour-Garonne", pp.38-39.
- Lescroart M., 2002: "Hydrogéologie : Les eaux souterraines mal exploitées", in *Le Figaro*, Sam.-Dim. 5-6 Janvier 2002, Sciences et Médecine, p.9.
- **Hydrogéologie (BRGM, 1998):** *Hydrogéologie*. No.4, 1998 : Colloque AIH France - Protection des eaux Souterraines (Groundwater Protection).
- La Houille Blanche - Revue Internationale de l'Eau (S.H.F). No.3, 1996: Dossier "Les nappes Profondes" 1^{ère} Partie.
- La Houille Blanche - Revue Internationale de l'Eau (S.H.F). No.4, 1996: Dossier "Les nappes Profondes" 2^{ème} Partie.

(*) Bibliographie en construction :**4 . - Textes & articles spécialisés (modélisation, milieux hétérogènes, géostatistique...)**

- Ababou R. et A.C. Bagtzoglou, 1993. *BIGFLOW : A Numerical Code for Simulating Flow in Variably Saturated, Heterogeneous Geologic Media (Theory & User's Manual, Version 1.1)*. Report NUREG/CR-6028, U.S. Nuclear Regulatory Commission, Government Printing Office, Washington D.C., U.S.A., 139 pp., 1993.
- Ababou R., B. Sagar, et G. Wittmeyer, 1992. Testing Procedures for Spatially Distributed Flow Models. *Advances in Water Resources*, Vol.15, pp. 181-198 (1992).
- Delhomme, J. P. 1979. Spatial variability and uncertainty in groundwater flow parameters: a geostatistical approach. *Water Resources Research* 15(2):269-280.
- Freeze A: Three Dimensional, Transient, Saturated-Unsaturated Flow in a Groundwater Basin. *Water Resources Research*, 7(2), 1971.
- Gelhar L.W. *Stochastic Subsurface Hydrology*. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 390 pp., 1993.
- Journel, A. G., C. J. Huijbregts. 1978. *Mining Geostatistics*. New York: Academic Press: 600pp.
- Matheron, G., *Eléments pour une théorie des milieux poreux*. Masson et Cie, Paris, 1967.
- Trégarot G., Ababou R., Larabi A., 1998. Inondations, Infiltrations, Hétérogénéités et Couplages d'Écoulements Partiellement Saturés et Non-Saturés. *Bulletin du GFHN* (Groupement Francophone

- d'Hydrologie Non-saturée), N°42:"Milieux Poreux et Transferts Hydriques" (22èmes journées GFHN 25-26 Nov.1997, Meudon, France), pp.101-109, Nov.1998.
- Vauclin, M., D. Khanji, and G. Vachaud. 1979. Experimental & numerical study of a transient two-dimensional unsaturated-saturated water table recharge problem. *Water Resour.Res.* 15(5): 1089-1101.
 - Ward J.C. Turbulent Flow in Porous Media. *Journal of the Hydraulics Division*, Proceedings of the ASCE. Vol. HY 5, pp. 1-12, 1964.
 - Weng P., Sánchez-Pérez J.M., Sauvage S., Vervier P et Giraud F. (2003): Hydrological modelling to characterise the riparian wetland of a large alluvial river (Garonne river, France). *Hydrological Processes*, 17, 2375-2392.
 - Vanmarcke, E. 1983. *Random Fields (Analysis and Synthesis)*. Cambridge, Mass.: Massachusetts Institute of Technology Press: 382 pp.
 - Zhang, D., 2002: *Stochastic methods for flow in porous media : coping with uncertainties*. Academic Press, 350 p., 2002.
 -

(*) **Bibliographie en construction :****5. - Textes historiques (hydrogéologie et hydraulique milieux poreux)**

- Boussinesq J. 1904 : Recherches théoriques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur le débit des sources. *Journal de Math. Pures et Appliquées*, No. 10, pp. 5-78 & 363-394 (1904).
- Buckingham, E. 1907. *Studies on the Movement of Soil Moisture*. U.S. Dept. Agric., Bureau of Soils. Bulletin No. 8.
- Darcy, H.P.G. 1856. *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon : Exposition et Application des Principes à Suivre et des Formules à Employer dans les Questions de Distribution d'Eau*. Victor Dalmont (publisher), Paris. [Annexe D].
- Dupuit J. 1863 : *Etudes Théoriques et Pratiques sur le Mouvement des Eaux dans les Canaux Découverts et à Travers les Terrains Perméables*. 2nde édition, Dunod, Paris, 1863.
- Forchheimer :
- Ghyben – Herzberg (& Badon) :
- Richards, L.A. 1931. Capillary conduction of liquids through porous medium. *Physics* 1: 318-333.
- St Venant (de), Barré 1871. Theory of Unsteady Water Flow, With Application to River Floods and to Propagation of Tides in River Channels. *Acad. Sci. Paris*, Vol. 73, pp. 148-154, 237-240, 1871.