Initiation à l'Algorithmique

Hervé Locteau
Université de Nancy 2
locteau@loria.fr

Exemple introductif, la division...

Comment calculer manuellement 2704 / 13?

```
2704 |_13__
     |
```

```
2704 |_13__
26   |  2
     |
```

```
2704 |_13__
26   |  2
 1   |
```

```
2704 |_13__
26   |  2
 10  |
```

```
2704 |_13__
26   |  20
 10  |
  0  |
```

```
2704 |_13__
26   |  20
 10  |
  0  |
 10  |
```

```
2704 |_13__
     |  20
104  |
     |
```

```
2704 |_13__
     |  208
104  |
104  |
     |
```

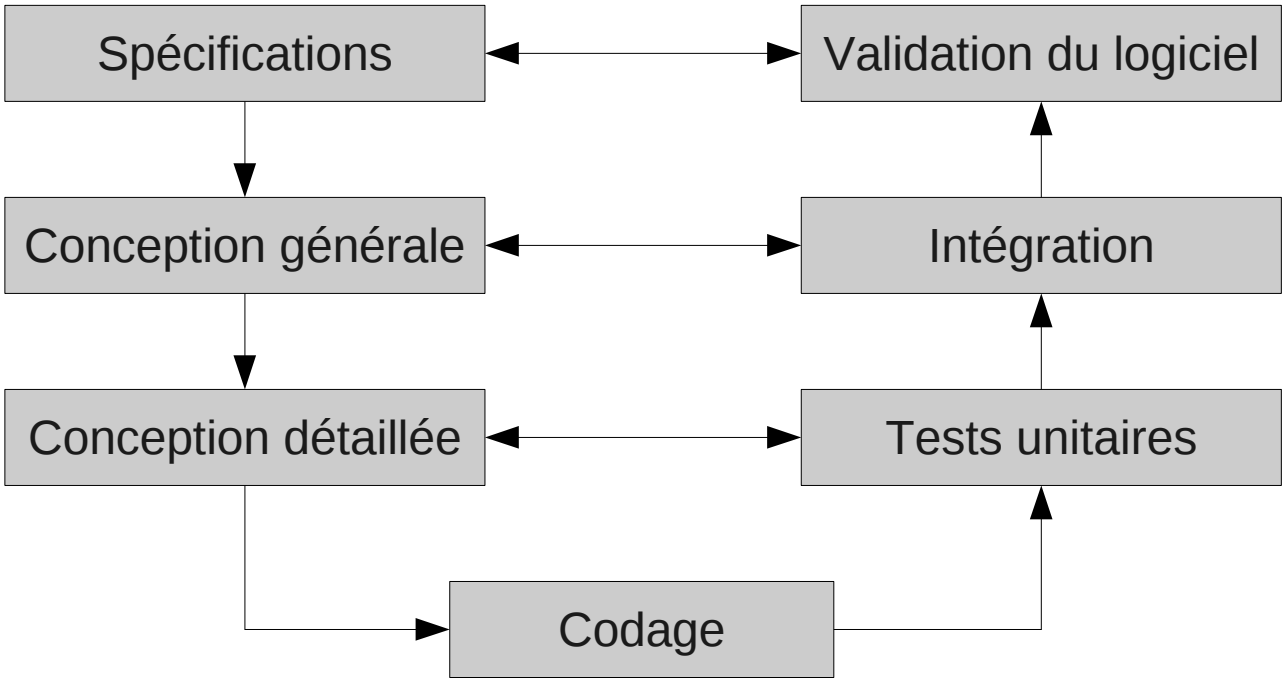
```
2704 |_13__
     |  208
104  |
104  |
 0   |
```

L'Algorithmique, à quoi ça sert? Ça consiste en quoi?

Définition : Un algorithme

Suite de raisonnements ou d'opérations qui fournit la solution de certains problèmes

Un logiciel est un ensemble de programmes (algorithmes codés) qui résout un gros problème



Il faut être en mesure d'identifier rapidement nos erreurs

=> décomposer le problème en multiples problèmes plus simples

=> utilisation de procédures qui répondent à des problèmes identiques (ou fortement similaires)

Contenu de l'enseignement

- Architecture des ordinateurs,
- Les variables
- Les structures de contrôle
  - Les conditionnelles et l'aiguillage
  - Les boucles
- Les procédures et la récursivité
- Les types structurés, les tableaux

Architecture des ordinateurs

Quelques liens utiles

www.commentcamarche.net/pc/

www.histoire-informatique.org/musee

www.mon-ordi.com

parmi tant d'autres...

Différents éléments

- La couche matérielle (ou Hardware)
  - Tout ce qui compose l'ordinateur et ses accessoires
  - Chaque composant possèdent une fonction particulière (calcul, stockage des données, affichage vidéo, gestion du clavier, ...)
- La couche logicielle (ou Software)
  - Ensemble de programmes exécutables par l'ordinateur
  - Différents types : systèmes d'exploitations, les logiciels standards (traitement de texte, navigateur internet), les progiciels (logiciels spécifiques tels que ceux employés pour la comptabilité d'une entreprise)

Les logiciels permettent de piloter les éléments matériels

Codage des informations

- Le codage employé par les ordinateurs est élémentaire. Il est uniquement constitué de valeurs 0 et 1, c'est le codage binaire. C'est l'alphabet de son langage!

- Une raison simple : toutes les communications d'informations entre les éléments matériels sont assurées par des signaux électriques et on a les correspondances suivantes :
  - Absence de signal (éteint) : 0,
  - Présence de signal (allumé) : 1.

Un ordinateur...

... est une machine qui saisit (périphériques d'entrées), stocke (mémoire), traite (programmes) et restitue (périphériques de sorties) des informations.

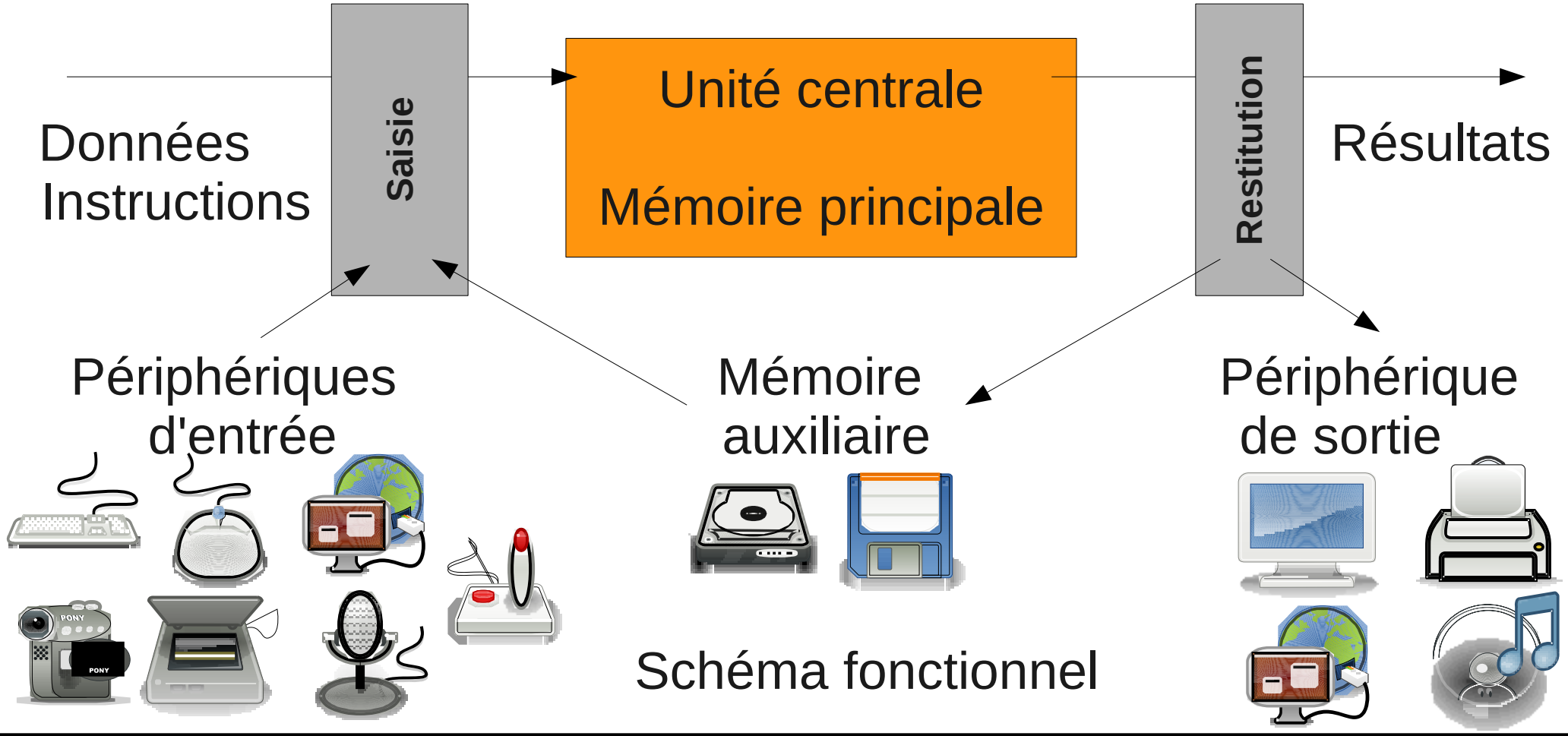


Schéma fonctionnel

Les périphériques

- Tout élément matériel connecté à l'unité centrale.
- Types
  - Périphérique d'entrée,
    Recueille sous un format numérique (binaire) une information, envoyée vers la mémoire principale
  - De sortie,
    Transmet une information (binaire) sous une forme compréhensible pour l'utilisateur
  - Les mémoires auxiliaires
    Mémoire de grande capacité mais dont la vitesse d'accès est moindre que celle de la mémoire principale. Il s'agit de supports rémanents.

Le traitement : l'Unité Centrale

- Sélectionne et exécute les instructions du programme en cours,
- Partie de l'ordinateur qui contient les circuits électroniques de base :
  - La mémoire principale : vive (Random Access Memory) et morte (Read Only Memory)
  - La mémoire cache
  - Le microprocesseur
    - Les circuits de calculs (Unité Arithmétique et Logique)
    - L'unité de contrôle (ou de commande)
  - L'horloge système
  - L'unité d'entrée-sortie

La mémoire des données & instructions

- Structure
  - Organisation en cellules (octets ou mots),
  - Chaque cellule possède une adresse à laquelle l'ordinateur se référence pour accéder aux informations.
- Mode d'accès : lecture ; écriture (modifie le contenu).
- Caractéristiques
  - Capacité (nombre d'octets),
  - Accès
    - Direct : immédiat à partir de l'adresse (support adressable),
    - Séquentiel : lecture de toutes les cellules précédentes.
  - Temps d'accès : laps de temps écoulé (en ms) entre « la demande » et « l'obtention » d'une information.

Différentes mémoires

RAM	ROM	Mémoire cache
Accès direct, taille limitée.		Accès direct, taille très limitée. Accès ultra-rapide.
Contenu volatile.	Contenu permanent et inaltérable.	
Données temporaires correspondant aux programmes (données et instructions) en cours de traitement.	Petits programmes nécessaires au démarrage de l'ordinateur, BIOS (Basic Input/Output System), identifiant les composants.	Zone intermédiaire entre la RAM et le microprocesseur .

Le microprocesseur

- C'est le cœur de l'ordinateur; il traite et fait circuler les instructions et les données.
- Composants internes
  - UAL : ensemble des circuits qui exécutent les opérations arithmétiques et logiques de base,
  - Registres,
  - Unité de contrôle
    - Extrait une instruction du programme au niveau de la mémoire cache (la décode pour identifier les données associées),
    - Charge l'UAL (ou un périphérique) d'exécuter cette instruction,
    - Recherche l'instruction suivante.

L'horloge système et l'unité d'E/S

- L'horloge
  - Elle contrôle et synchronise le microprocesseur et les composants associés.
  - Sa vitesse (ou fréquence) est généralement exprimée en mégahertz (MHz), autrement dit, en millions de cycles par seconde.
  - L'efficacité du microprocesseur est directement proportionnelle à la fréquence de l'horloge.
- L'unité d'entrée-sortie
  - Elle contrôle et gère le transfert d'information entre l'unité centrale et les périphériques.

Processeur

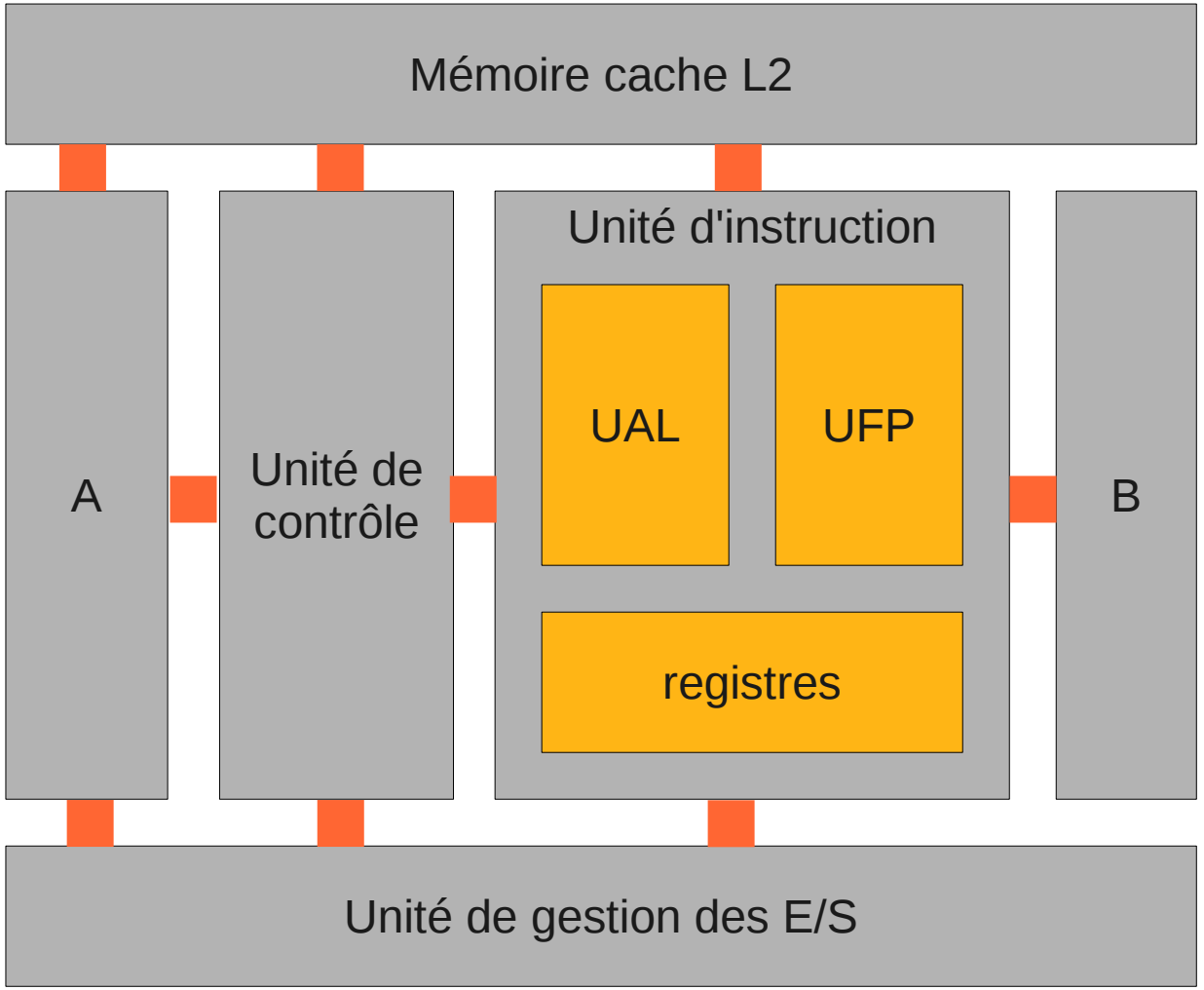
- Il est composé de transistors permettant de réaliser des fonctions sur des signaux numériques. Assemblés entre eux, ces transistors forment des composants permettant de réaliser des fonctions très simples. À partir de là, il est ensuite possible de créer des circuits très complexes. On peut pour cela employer l'algèbre de Boole (Georges Boole, mathématicien anglais 1815-1864)...

Date	Nom	Transistors	Fréquence Horloge	Instructions /s (en millions)
1982	80286	134 000	6 à 16 MHz	1
1993	Pentium	3 100 000	60 à 233 MHz	100
2006	Core 2 Duo	291 000 000	2,4 GHz	22 000
2008	Core 2 Duo Penryn	410 000 000	3,33 GHz	~ 24 200
2009	Core i7	774 000 000	2,93 GHz	NC

Schéma Unité Centrale

(A) Mémoire cache L1 (instructions)

(B) Mémoire cache L1 (données)



Les bus

- Un bus est un ensemble de liaisons physiques (câbles, pistes de circuits imprimés, …) pouvant être exploités en commun par plusieurs éléments matériels, afin de communiquer.
- Caractéristiques
  - Largeur : nombre de bits transmis simultanément
  - Fréquence : nombre de paquets d'informations reçus par seconde (la fréquence est exprimée en Hertz)
    => débit maximal = Largeur * fréquence

Sous-ensemble de bus (1)

- Bus d'adresses (ou bus mémoire)
  transporte les adresses (mémoire) auxquelles le processeur souhaiter accéder (bus unidirectionnel)
- Bus de données
  transporte les instructions en provenance/à destination du processeur (bus bidirectionnel)
- Bus de contrôle
  transporte les signaux de synchronisation en provenance de l'unité de commande, à destination de l'ensemble des éléments matériels. Ces derniers emploient le même bus pour véhiculer leur réponse (bus bidirectionnel)

Sous-ensemble de bus (2)

- Bus système (ou bus interne)
  Permet au processeur de communiquer avec la mémoire centrale du système
- Bus d'extension (ou bus d'E/S)
  Permet aux différents composants de la carte mère de communiquer entre eux. Grâce aux connecteurs d'extension (appelés slots), il permet l'ajout de nouveaux périphériques (carte réseau, carte son, carte graphique, périphériques USB)!

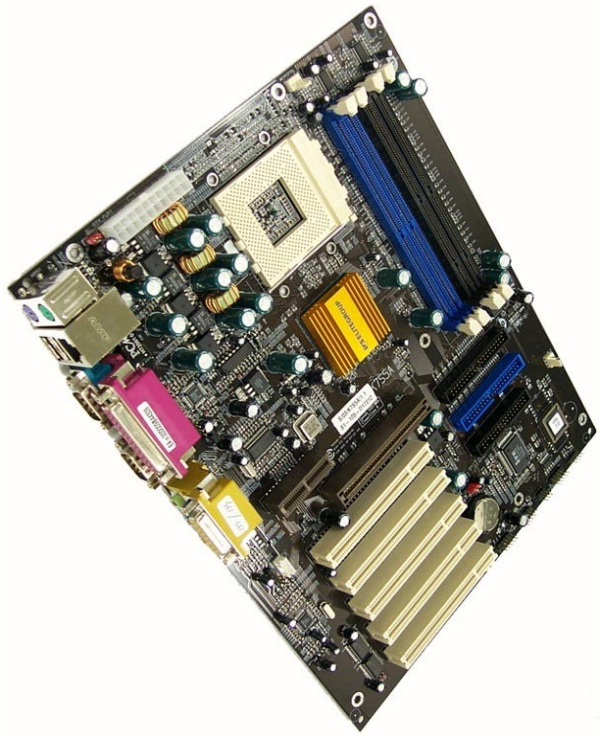
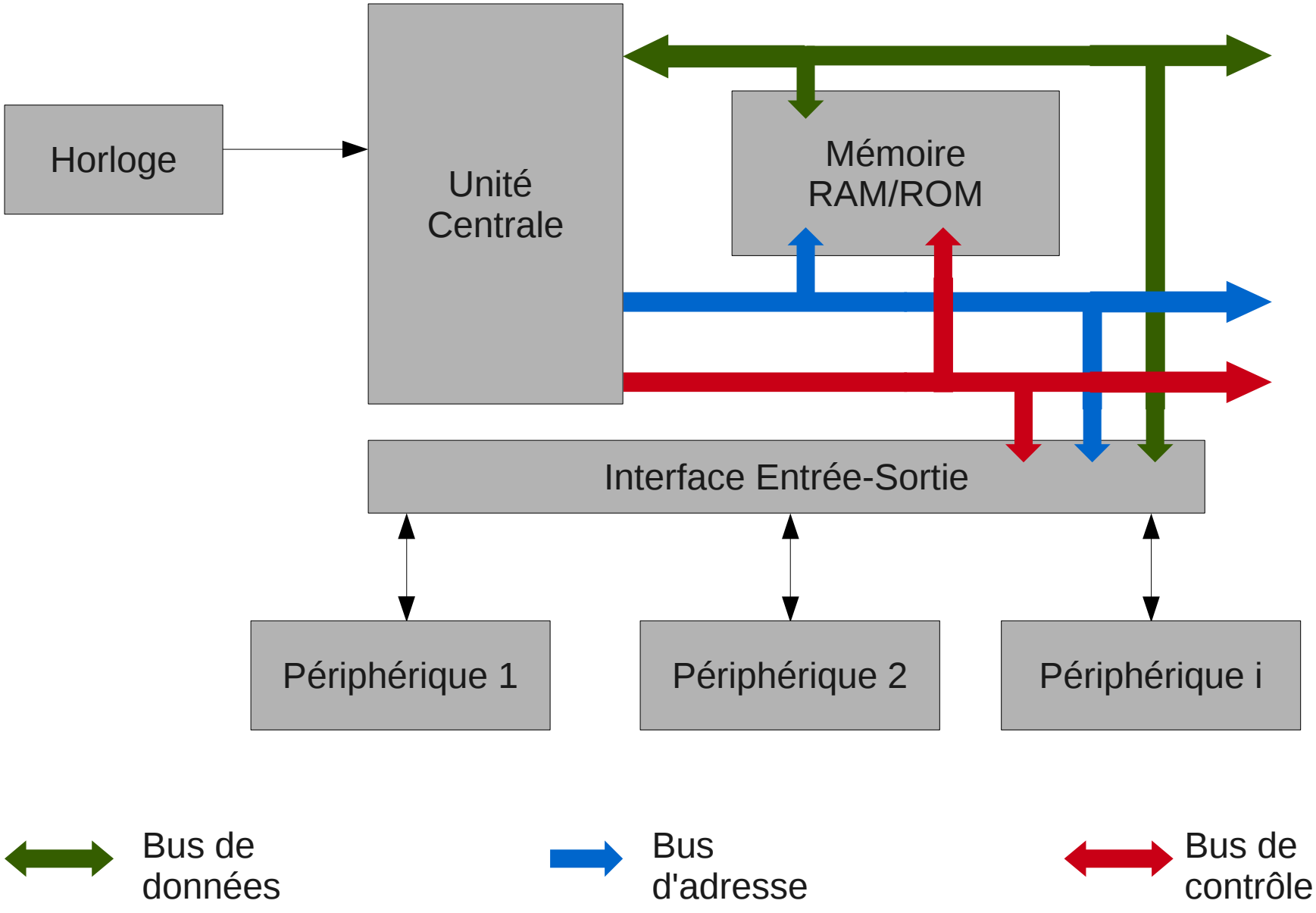


Schéma fonctionnel



Représentations d'un nombre entier

- De même qu'un même mot existe dans plusieurs langues (ordinateur [fr], computer [en], computador [es], ...), un même nombre peut être représenté de différentes manières en utilisant une base distincte.
- Exemple : le nombre 123 (base N avec N=10, valeur usuelle) vaut : 1 * N^2 + 2 * N^1 + 3 * N^0
  - 123 en base 10 (ou base décimale),
  - 1111011 en base 2 (~ binaire),
  - 173 en base 8 (~ octale),
  - 7B en base 16 (~ hexadécimale).

Il s'agit dans tous les cas de la même information

Changement de représentation

- On a : $123_{10} = 1111011_{2}$

En effet, en raisonnant avec N=2, on a :
1 * N^0 + 1 * N^1 + 0 * N^2 + 1 * N^3 + 1 * N^4 + 1 * N^5 + 1 * N^6 =1 + 2 + 8 + 16 + 32 + 64 = 123

- Pour passer de la base N à la base 10, on applique donc la formule : nombre = $\sum_{i \in [0,n]}$ chiffre$_i$ * N^i

- À l'inverse, pour passer de la base 10 à la base N, on divise le nombre (numérateur) par N, on stocke le reste, et on répète ce processus en substituant le numérateur par le quotient obtenu précédemment jusqu'à l'obtention d'une valeur nulle pour le quotient.

Passage de la base 10 à la base N – exemples

```
123  |_2_
 1   | 61  |_2_
     1   | 30  |_2_
         0   | 15  |_2_
             1   |  7  |_2_
                 1   |  3  |_2_
                     1   |  1  |_2_
                         1   |  0
```

Puissances croissantes

$123_{10} = 1111011_{2}$

```
123  |_8_
 3   | 15  |_8_
     7   |  1  |_8_
         1   |  0
```

$123_{10} = 173_{8}$

```
123  |_16_
 11  |  7  |_16_
     7   |  0
```

$123_{10} = 7B_{16}$

Changement de représentations – Exercice

De la base 10 à la base 2, 8, 16

$2010_{10} = \_\_\_\_\__2$

$2010_{10} = \_\_\_\_\__8$

$2010_{10} = \_\_\_\_\__{16}$

Des bases 2, 8, 16 à la base 10

$10001_2 = \_\_\_\_\__{10}$

$21_8 = \_\_\_\_\__{10}$

$11_{16} = \_\_\_\_\__{10}$

	2	8	16
0	1	1	1
1	2	8	16
2	4	64	256
3	8	512	4096
4	16	4096	65536
5	32	32768	1048576
6	64	262144	16777216
7	128	2097152	...
8	256	16777216	
9	512	...	
10	1024		

Les puissances de 2, 8, 16

Liens entre les bases 2, 8 et 16

Puisque 8=2^3 et 16=2^4, les conversions entre le binaire d'une part et l'octal ou l'héxadécimal d'autre part sont très faciles.

$2010_{10} = 011111011010_{2}$

$2010_{10} = 011 \quad 111 \quad 011 \quad 010_{2} = 3\ 7\ 3\ 2_{8}$

$2010_{10} = 0111 \quad 1101 \quad 1010_{2} = 7\ D\ A_{16}$

De même, convertir un nombre octal ou héxadécimal en nombre binaire revient à convertir un à un chaque chiffre.

$45F3\ 8A1C_{16} = 0100\ 0101\ 1111\ 0011\ 1000\ 1010\ 0001\ 1100_{2}$

Le codage hexadécimal est souvent employé en informatique pour les longues séquences de bits.

Arithmétique

Les opérations élémentaires (addition, soustraction, multiplication, division) connues en base 10 s'appliquent de la même façon en base 2.

Les informations binaires qui circulent

- Des nombres
  - Un nombre entier compris entre 0 et 255 (=2^8-1),
  - Un nombre entier compris entre 0 et 65535 (=2^16-1), ou entre -32768 et 32767 (entier signé),
  - Un nombre réel (représentation en virgule flottante...).
- Des instructions

  Une table de correspondance entre des nombres et des instructions permet de traiter d'autres informations.
- Des caractères

  Une table de correspondance entre des nombres et des caractères, ex. : ASCII (7bits), ASCII étendu (8bits=1octet), UTF8 (plusieurs octets).

Table ASCII (7bits)

128 caractères codés (lettres latines minuscules et majuscules, chiffres arabes, symboles de ponctuation et commandes de contrôles de terminal informatique) de 0 à 127.

Exemples de code

'1' : $31_{16} = 49_{10}$,

'A' : $41_{16} = 65_{10}$,

'a' : $61_{16} = 97_{10}$,

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	NUL	DLE	space	0	@	P	`	p
1	SOH	DC1 XON	!	1	A	Q	a	q
2	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
3	ETX	DC3 XOFF	#	3	C	S	c	s
4	EOT	DC4	$	4	D	T	d	t
5	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
6	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
7	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
8	BS	CAN	(	8	H	X	h	x
9	HT	EM	)	9	I	Y	i	y
A	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
B	VT	ESC	+	;	K	[	k	{
C	FF	FS	,	<	L	\	l	|
D	CR	GS	-	=	M	]	m	}
E	SO	RS	.	>	N	^	n	~
F	SI	US	/	?	O	_	o	del

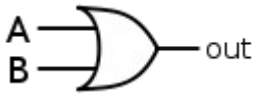
Variables et fonctions logiques

- Un ordinateur ne manipulant que des informations binaires, on appelle variable logique une donnée binaire dont l'état vaut 0 ou 1.
- On appelle fonction logique une entité acceptant plusieurs variables logiques en entrée et dont la (ou les) sortie(s) est/sont une/des variable(s) logique(s).
- Les fonctions logiques élémentaires sont appelées portes logiques. Elles ont une ou deux entrée(s) et une unique sortie. Quelques exemples:
  - La fonction OU (OR),
  - La fonction ET (AND),
  - La fonction OU EXCLUSIF (XOR),
  - La fonction NON (NOT).

Table de vérité des portes logiques

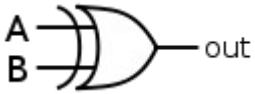
- Synthèse du comportement (valeur de la variable logique de sortie) des fonctions vis à vis de la/des valeur(s) de la/des variable(s) logique(s) d'entrée.

A	B	A OR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



out=A+B

A	B	A XOR B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

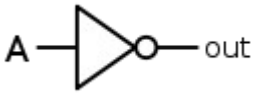


out=A⊕B

A	B	A AND B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

out=A.B

A	NOT A
0	1
1	0



out=$\overline{A}$

Algèbre de Boole

- Éléments neutres : $A+0=A$ $A.1=A$
- Éléments absorbants : $A+1=1$ $A.0=0$
- Complément : $A+\overline{A}=1$ $A.\overline{A}=0$
- Idempotence : $A+A=A$ $A.A=A$
- Involution de la complémentarité : $\overline{\overline{A}}=A$
- Commutativité : $A+B=B+A$ $A.B=B.A$
- Associativité : $(A+B)+C=A+(B+C)$ $(A.B).C=A.(B.C)$
- Distributivité : $A+(B.C)=(A+B).(A+C)$ $A.(B+C)=(A.B)+(A.C)$
- Lois d'absorption : $A+(A.B)=A$ $A.(A+B)=A$
  $A+(A.B)=A+B$ $A.(A+B)=A.B$
- Loi de De Morgan : $\overline{\sum A_i} = \prod \overline{A}_i$ $\overline{\prod A_i} = \sum \overline{A}_i$

Additionneur à un bit – Exercice

- Donnez la table de vérité de cette fonction logique (deux entrées, 2 x 1bit, deux sorties, 1 x 2bits),
- Dessinez le circuit logique correspondant à partir des portes logiques OR, AND, XOR, NOT.