

ANNEXES

A.1.1 : PROPRIETES PHYSIQUES DE CERTAINS CORPS	124
A.1.1 : PROPRIETES PHYSIQUES DE L' AIR ET DE L'EAU	125
A.2.1 : VALEUR DU COEFFICIENT DE FORME DE CONDUCTION	126
A.2.2 : PRINCIPALES TRANSFORMATIONS INTEGRALES : LAPLACE, FOURIER, HANKEL	127
A.2.3 : TRANSFORMATION DE LAPLACE INVERSE	129
A.2.4 : CHOIX DES TRANSFORMATIONS INTEGRALES POUR DIFFERENTES CONFIGURATIONS	131
A.2.5 : EQUATIONS ET FONCTIONS DE BESSEL	133
A.2.6 : VALEURS DE LA FONCTION ERF	135
A.2.7 : MILIEU SEMI-INFINI AVEC TEMPERATURE IMPOSEE	135
A.2.8 : TEMPERATURE D'UNE PLAQUE AVEC COEFFICIENT DE TRANSFERT IMPOSE.....	136
A.2.9 : TEMPERATURE D'UN CYLINDRE INFINI AVEC COEFFICIENT DE TRANSFERT IMPOSE.....	137
A.2.10 : TEMPERATURE D'UNE SPHERE AVEC COEFFICIENT DE TRANSFERT IMPOSE	138
A.2.11 : MATRICES QUADRIPOLAIRES POUR DIFFERENTES CONFIGURATIONS	139
A.2.12 : EFFICACITE DES AILETTES.....	141
A.3.1 : EMISSIVITE DE CERTAINS CORPS	142
A.3.2 : FRACTION D'ENERGIE $F_{0-\lambda T}$ RAYONNEE PAR UN CORPS NOIR ENTRE 0 ET λ	143
A.3.3 : FACTEURS DE FORME GEOMETRIQUE DE RAYONNEMENT	144
A.3.5 : EPAISSEURS DE GAZ EQUIVALENTES VIS-A-VIS DU RAYONNEMENT.....	146
A.4.1 : CORRELATIONS POUR LE CALCUL DES COEFFICIENTS DE TRANSFERT EN CONVECTION FORCEE	147
A.4.2 : CORRELATIONS POUR LE CALCUL DES COEFFICIENTS DE TRANSFERT EN CONVECTION NATURELLE.....	149
A.5.1 : ABAQUES $NUT = f(\eta)$ POUR LES ECHANGEURS	150

A.1.1 : Propriétés physiques de certains corps

Nature	θ	ρ	c_p	λ	Nature	θ	ρ	c_p	λ
	°C	kg m ⁻³	J kg ⁻¹ °C ⁻¹	W m ⁻¹ °C ⁻¹		°C	kg m ⁻³	J kg ⁻¹ °C ⁻¹	W m ⁻¹ °C ⁻¹
Métaux, alliages et céramiques					Matériaux de construction				
Acier au carbone	20	7833	465	54	Ardoise	20	2400	879	2,2
	200			48	Basalte	20	2850	881	1,6
	600			35	Béton caverneux	20	1900	879	1,4
Acier inox 15%Cr, 10%Ni	20	7864	460	20	Béton plein	20	2300	878	1,75
Acier inox 18%Cr, 8%Ni	20	7816	460	16,3	Bitume (cartonné)	20	1050	1305	0,23
	600			22	Bois feuillus légers	20	525	3143	0,15
Acier inox 25%Cr, 20%Ni	20	7864	460	13	Bois feuillus mi-lourds	20	675	3156	0,23
Alumine	20			29	Bois feuillus très légers	20	375	3147	0,12
Aluminium	20	2707	896	204	Bois résineux légers	20	375	3147	0,12
	400			249	Bois résineux mi-lourds	20	500	3160	0,15
Argent	20	10525	234	407	Bois résineux très légers	20	375	3147	0,12
Bronze 75%Cu, 25%Sn	20	8666	343	26	Brique terre cuite	20	1800	878	1,15
Carbone	20			147	Calcaire dur	20	2450	882	2,4
Carbure de silicium	20			13	Calcaire tendre	20	1650	879	1
Chrome	20	2118	7160	449	Carrelage	20	2400	875	2,4
Constantan 60% Cu, 40%Ni	20	8922	410	22,7	Contre-plaqué okoumé	20	400	3000	0,12
Cuivre	20	8954	383,1	386	Contre-plaqué pin	20	500	3000	0,15
	400			363	Granite	20	2600	881	3
Duralumin	20	2787	883	164	Gravier (vrac)	20	1800	889	0,7
Etain	20	7304	226	64	Grès	20	2500	880	2,6
Fer	20	7870	452	73	Lave	20	2350	881	1,1
Fonte	20	7849	460	59	Marbre	20	2700	881	2,9
Laiton 70%Cu, 30%Zn	20	8522	385	111	Parquet	20	700	3143	0,2
	400			147	Plâtre	20			0,48
Magnésie	38	270		0,067	Schiste	20	2400	879	2,2
Or	20	1336	19300	129	Matériaux isolants				
Platine	20			72	Balsa	20	85		0,054
Plomb	20	11373	130	35	Copeaux bois	23			0,059
Sodium liquide	100			81,5	Coton	20	80	1300	0,06
Titane	20			16	Kapok	30			0,035
Tungstène	20	19350	134	163	Laine de roche	20	20	880	0,047
Zinc	20	7144	384	112		20	55	880	0,038
Zircone	20			4		20	135	880	0,041
Matériaux divers					Laine de verre	20	8	875	0,051
Amiante	20			0,16		20	10	880	0,045
Asphalte	20	2115	920	0,062		20	15	880	0,041
Caoutchouc (naturel)	20	1150		0,28		20	40	880	0,035
Caoutchouc (vulcanisé)	20	1100	2010	0,13	Liège expansé	20	120	2100	0,044
Carton	20	86	2030	0,048	Moquette	20	200	1300	0,06
Cuir	20	998		0,159	Polyuréthane (mousse rigide)	20	32	1300	0,03
Glace	0	920	2040	1,88		20	50	1360	0,035
Papier	20			0,48		20	85	1300	0,045
Plexiglass	20	1190	1465	0,19	PVC (mousse rigide)	20	30	1300	0,031
Sable	20	1515	800	0,2-1,0		20	40	1300	0,041
Sciure	20				Polystyrène expansé	20	12	1300	0,047
Terre mouillée	20	1900	2000	2		20	14	1300	0,043
Terre sèche	20	1500	1900	1		20	18	1300	0,041
Verre	20	2700	840	0,78		20	28	1300	0,037

A.1.1 : Propriétés physiques de l'air et de l'eau

Propriétés de l'eau à saturation							Propriétés de l'air à 1 atm						
θ	ρ	c_p	λ	$10^4 \cdot \mu$	$10^7 \cdot \alpha$	Pr	θ	ρ	c_p	λ	$10^5 \cdot \mu$	$10^5 \cdot \alpha$	Pr
(°C)	(kg/m ³)	(J/kg.°C)	(W/m.°C)	(Pa.s)	(m ² /s)		(°C)	(kg/m ³)	(J/kg.°C)	(W/m.°C)	(Pa.s)	(m ² /s)	
0	1002	4218	0,552	17,90	1,31	13,06	0	1,292	1006	0,0242	1,72	1,86	0,72
20	1001	4182	0,597	10,10	1,43	7,02	20	1,204	1006	0,0257	1,81	2,12	0,71
40	995	4178	0,628	6,55	1,51	4,34	40	1,127	1007	0,0272	1,90	2,40	0,70
60	985	4184	0,651	4,71	1,55	3,02	60	1,059	1008	0,0287	1,99	2,69	0,70
80	974	4196	0,668	3,55	1,64	2,22	80	0,999	1010	0,0302	2,09	3,00	0,70
100	960	4216	0,680	2,82	1,68	1,74	100	0,946	1012	0,0318	2,18	3,32	0,69
120	945	4250	0,685	2,33	1,71	1,45	120	0,898	1014	0,0333	2,27	3,66	0,69
140	928	4283	0,684	1,99	1,72	1,24	140	0,854	1016	0,0345	2,34	3,98	0,69
160	910	4342	0,680	1,73	1,73	1,10	160	0,815	1019	0,0359	2,42	4,32	0,69
180	889	4417	0,675	1,54	1,72	1,00	180	0,779	1022	0,0372	2,50	4,67	0,69
200	867	4505	0,665	1,39	1,71	0,94	200	0,746	1025	0,0386	2,57	5,05	0,68
220	842	4610	0,652	1,26	1,68	0,89	220	0,700	1028	0,0399	2,64	5,43	0,68
240	816	4756	0,635	1,17	1,64	0,88	240	0,688	1032	0,0412	2,72	5,80	0,68
260	786	4949	0,611	1,08	1,58	0,87	260	0,662	1036	0,0425	2,79	6,20	0,68
280	753	5208	0,580	1,02	1,48	0,91	280	0,638	1040	0,0437	2,86	6,59	0,68
300	714	5728	0,540	0,96	1,32	1,02	300	0,616	1045	0,0450	2,93	6,99	0,68

Corrélations entre 0 et 100 °C

(θ : température en °C , T température en K)

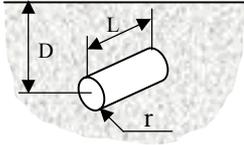
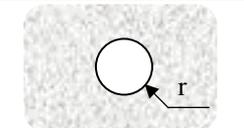
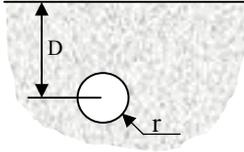
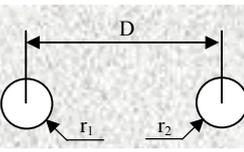
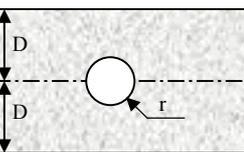
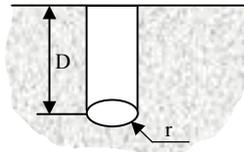
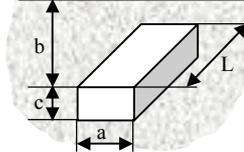
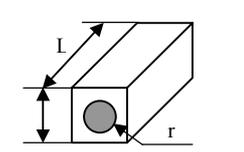
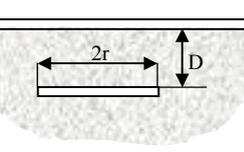
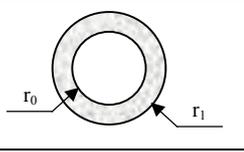
Pour l'air

- $\rho = \frac{353}{(\theta + 273)}$ kg m⁻³
- $c_p = 1008$ J kg⁻¹ °C⁻¹
- $\lambda = 7,57 \cdot 10^{-5} \theta + 0,0242$ W m⁻¹ °C⁻¹ $r^2 = 0,9999$
- $\mu = 10^{-5} (0,0046 \theta + 1,7176)$ Pa s $r^2 = 0,9997$
- $\alpha = 10^{-5} (0,0146 \theta + 1,8343)$ m² s⁻¹ $r^2 = 0,9986$
- $Pr = -2,54 \cdot 10^{-4} \theta + 0,7147$ $r^2 = 0,9767$
- $\beta \approx \frac{1}{T}$ K⁻¹

Pour l'eau

- $\rho = -0,00380 \theta^2 - 0,0505 \theta + 1002,6$ kg m⁻³ $r^2 = 0,9982$
- $c_p = 4180$ J kg⁻¹ °C⁻¹
- $\lambda = -9,87 \cdot 10^{-6} \theta^2 + 2,238 \cdot 10^{-3} \theta + 0,5536$ W m⁻¹ °C⁻¹ $r^2 = 0,9987$
- $\mu = 10^{-4} (0,00200 \theta^2 - 0,3389 \theta + 17,199)$ Pa s $r^2 = 0,9815$
- $\alpha = 10^{-7} (-0,00360 \theta + 1,340)$ m² s⁻¹ $r^2 = 0,9734$
- $Pr = 1,577 \cdot 10^{-3} \theta^2 - 0,261 \theta + 12,501$ $r^2 = 0,9796$
- $\frac{g\beta\rho^2 c_p}{\mu\lambda} = (0,0105 \theta^2 + 0,477 \theta - 0,0363) 10^9$ °C⁻¹ m⁻³ $r^2 = 0,9992$
- $\log_{10} [p_{sat}(T)] = 20,3182 - \frac{2795}{T} - 3,868 \log_{10}(T)$ mmHg $-50^\circ\text{C} < \theta > 200^\circ\text{C}$
- $L_v = 2495 - 2,346 \theta$ kJ.kg⁻¹ $0^\circ\text{C} < \theta < 100^\circ\text{C}$

A.2.1 : Valeur du coefficient de forme de conduction

Système	Schéma	Coefficient de forme	Domaine d'application
Cylindre isotherme de rayon r enterré dans un milieu semi-infini à surface isotherme		$\frac{2 \pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D}{r}\right)}$	$L \gg r$
Sphère isotherme de rayon r enterrée dans un milieu infini		$4 \pi r$	
Sphère isotherme enterrée dans un milieu semi-infini à surface isotherme		$\frac{4 \pi r}{1 - \frac{r}{2D}}$	
Conduction entre 2 cylindres isothermes enterrés dans un milieu infini		$\frac{2 \pi L}{\cosh^{-1}\left(\frac{D^2 - r_1^2 - r_2^2}{2 r_1 r_2}\right)}$	$L \gg r$ $L \gg D$
Cylindre horizontal au centre dans une plaque infinie		$\frac{2 \pi L}{\ln\left(\frac{4D}{r}\right)}$	
Cylindre isotherme de rayon r placé dans un milieu semi-infini		$\frac{2 \pi L}{\ln\left(\frac{2L}{r}\right)}$	$L \gg 2r$
Parallélépipède rectangle isotherme enterré dans un milieu semi-infini à surface isotherme		$1.685 L \left[\log\left(1 + \frac{b}{a}\right) \right]^{-0.59} \left(\frac{b}{c}\right)^{-0.078}$	
Cylindre au centre d'un parallélépipède de section carrée		$\frac{2 \pi L}{\ln\left(0.54 \frac{L}{r}\right)}$	$L \gg W$
Plaquette rectangulaire mince enterrée dans milieu semi-infini à surface isotherme		$4r$ $8r$	$D = 0$ $D \gg 2r$
Sphère creuse		$\frac{4 \pi r_0 r_i}{r_0 - r_i}$	

A.2.2 : Principales transformations intégrales : Laplace, Fourier, Hankel

Transformée de Laplace

Définition

$$L[T(t)] = \theta(p) = \int_0^{\infty} \exp(-pt) T(t) dt \quad \text{et} \quad L^{-1}[\theta(p)] = T(t) \quad (\text{Transformée inverse})$$

Propriétés

Linéarité	$L[a_1 T(t) + a_2 T(t)] = a_1 L[T(t)] + a_2 L[T(t)]$, idem pour L^{-1}	
Translation	$L[\exp(at) T(t)] = \theta(p-a)$	$L^{-1}[\theta(p-a)] = \exp(at) T(t)$ $L^{-1}[\exp(-ap)\theta(p)] = T(t-a)$ si $t > a$ 0 si $t < a$
Changement d'échelle	$L[T(at)] = \frac{1}{a} \theta\left(\frac{p}{a}\right)$	$L^{-1}[\theta(ap)] = \frac{1}{a} T\left(\frac{t}{a}\right)$
Dérivation	$L[T'(t)] = p\theta(p) - T(0)$ $L[T''(t)] = p^2\theta(p) - pT(0) - T'(0)$	$L^{-1}[\theta^{(n)}(p)] = (-1)^n t^n T(t)$
Intégration	$L\left[\int_0^t T(u) du\right] = \frac{\theta(p)}{p}$	$L^{-1}\left[\int_p^{\infty} \theta(u) du\right] = \frac{F(t)}{t}$
Multiplication par t^n	$L[t^n T(t)] = (-1)^n \theta^{(n)}(p)$	$L^{-1}[p\theta(p)] = T'(t) - T(0)\delta(t)$
Division par t	$L\left[\frac{T(t)}{t}\right] = \int_p^{\infty} \theta(u) du$	$L^{-1}\left[\frac{\theta(p)}{p}\right] = \int_0^t T(u) du$
Fonctions périodiques (Période P)	$L[T(t)] = \frac{\int_0^P \exp(-pt) T(t) dt}{1 - \exp(-pP)}$	

Transformée de Fourier complexe

Définition

$$F[T(x)] = \theta(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega x} T(x) dx$$

$$T(x) = F^{-1}[\theta(\omega)] = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega x} \theta(\omega) d\omega$$

Propriétés

$$F\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right] = -i\omega \theta(\omega)$$

$$F\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] = -\omega^2 \theta(\omega)$$

A.2.2 Principales transformations intégrales : Laplace, Fourier, Hankel

Transformée de Fourier en sinus et cosinus

Définitions

Sinus	Cosinus
$F_s[T(x)] = \theta_s(\omega) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^{+\infty} T(x) \sin[\omega x] dx$	$F_c[T(x)] = \theta_c(\omega) = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^{+\infty} T(x) \cos[\omega x] dx$
$T(x) = F_s^{-1}[\theta_s(\omega)] = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^{+\infty} \theta_s(\omega) \sin(\omega x) d\omega$	$T(x) = F_c^{-1}[\theta_c(\omega)] = \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \int_0^{+\infty} \theta_c(\omega) \cos(\omega x) d\omega$

Propriétés

$F_s\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right] = -\omega \theta_c(\omega)$	$F_c\left[\frac{\partial T}{\partial x}\right] = -\omega \theta_s(\omega) - \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} T(0)$
$F_s\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] = -\omega^2 \theta_s(\omega) + \omega \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} T(0)$	$F_c\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] = -\omega^2 \theta_c(\omega) - \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \left[\frac{\partial T}{\partial x}\right]_{x=0}$

Transformée finie de Fourier en sinus et cosinus

Définitions

Si la température $T(x)$ n'est définie que sur l'intervalle $[0, L]$, on peut utiliser une transformation finie de Fourier en sinus ou en cosinus :

$$F_s[T(x)] = \theta_s(n) = \int_0^L T(x) \sin\left[\frac{n\pi x}{L}\right] dx \quad \text{ou} \quad F_c[T(x)] = \theta_c(n) = \int_0^L T(x) \cos\left[\frac{n\pi x}{L}\right] dx$$

$$T(x) = F_s^{-1}[\theta_s(n)] = \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \theta_s(n) \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \quad \text{ou} \quad T(x) = F_c^{-1}[\theta_c(n)] = \frac{1}{L} \theta_c(0) + \frac{2}{L} \sum_{n=1}^{\infty} \theta_c(n) \cos\left(\frac{n\pi x}{L}\right)$$

Propriétés

$$F_s\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] = \theta_s(n) = \frac{n\pi}{L} \left[T(0) - (-1)^n T(L) \right] - \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \theta_s(n)$$

$$F_c\left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right] = \theta_c(n) = (-1)^n \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=L} - \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0} - \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \theta_c(n)$$

Transformée de Hankel d'ordre ν

Définition

Pour $\nu > -1/2$:

$$H_\nu[T(r)] = \theta_\nu(\sigma) = \int_0^\infty r J_\nu(\sigma r) T(r) dr \quad \quad T(x) = H_\nu^{-1}[\theta_\nu(\sigma)] = \int_0^\infty \sigma J_\nu(\sigma r) \theta_\nu(\sigma) d\sigma$$

Propriété

$$H_\nu\left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \frac{\nu^2 T}{r^2}\right] = -\sigma^2 \theta_\nu(\sigma) \quad ; \quad \text{à l'ordre } 0 : H_0[T(r) = T_1] = T_1 \int_0^\infty r J_0(\sigma r) dr = \frac{r}{\sigma} J_1(\sigma r)$$

A.2.3 : Transformation de Laplace inverse

Méthode analytique

La transformée de Laplace $\theta(p)$ de la fonction $T(t)$ est donnée par : $L[T(t)] = \theta(p) = \int_0^{\infty} \exp(-p t) T(t) dt$

Il n'existe pas de formule analytique générale permettant de calculer $T(t)$ connaissant $\theta(p)$. On connaît cependant l'expression exacte de $T(t)$ pour certaines fonctions particulières $\theta(p)$, on en trouvera des exemples page suivante (cf. Spiegel pour des tables plus complètes). L'utilisation de ces tables associée aux propriétés particulières de la transformation de Laplace inverse rappelées en annexe A.2.2 peut permettre de résoudre un certain nombre de cas. On essaiera toujours de décomposer une fonction complexe en somme, produit, série... de fonctions simples plus facilement inversibles.

Méthodes numériques

Pour les cas de figure pour lesquels on ne peut pas trouver une solution analytique, on peut employer l'une des deux méthodes numériques suivantes :

Méthode de Stehfest

La transformée inverse de la fonction $\theta(p)$ peut se calculer par :

$$T(t) = \frac{\ln(2)}{t} \sum_{j=1}^N V_j \theta_i \left(\frac{j \ln(2)}{t} \right)$$

$N = 20$ (double précision) :

$V1 = -5,511463844797178 \cdot 10^{-6}$	$V2 = 1,523864638447972 \cdot 10^{-1}$	$V3 = -1,174654761904762 \cdot 10^2$
$V4 = 1,734244933862434 \cdot 10^4$	$V5 = -9,228069289021164 \cdot 10^5$	$V6 = 2,37740877871031810 \cdot 10^7$
$V7 = -3,494211661953704 \cdot 10^8$	$V8 = 3,241369852231879 \cdot 10^9$	$V9 = -2,027694830723779 \cdot 10^{10}$
$V10 = 8,946482982379724 \cdot 10^{10}$	$V11 = -2,870209211471027 \cdot 10^{11}$	$V12 = 6,829920102815115 \cdot 10^{11}$
$V13 = -1,219082330054374 \cdot 10^{12}$	$V14 = 1,637573800842013 \cdot 10^{12}$	$V15 = -1,647177486836117 \cdot 10^{12}$
$V16 = 1,221924554444226 \cdot 10^{12}$	$V17 = -6,488065588175326 \cdot 10^{11}$	$V18 = 2,333166532137059 \cdot 10^{11}$
$V19 = -5,091380070546738 \cdot 10^{10}$	$V20 = 5,091380070546738 \cdot 10^9$	

$N = 10$ (simple précision):

$V1 = 1/12$	$V2 = -385/12$	$V3 = 1279$	$V4 = -46871/3$	$V5 = 505465/6$	$V6 = -473915/2$
$V7 = 1127735/3$	$V8 = -1020215/3$	$V9 = 328125/2$	$V10 = -65625/2$		

Méthode de Fourier

$$T(t) = \frac{\exp(ct)}{t_{\max}} \left[\frac{\theta(c)}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (\operatorname{Re}[\theta(c + j\omega_k)] \cos(\omega_k t) - \operatorname{Im}[\theta(c + j\omega_k)] \sin(\omega_k t)) \right]$$

Avec $\omega_k = \frac{k \pi}{t_{\max}}$

La somme infinie est dans la pratique calculée pour un nombre fini N de termes, on prendra en général $N > 100$. Cette méthode nécessite de choisir deux paramètres : c et t_{\max} . On doit s'assurer a posteriori que $\exp(-2 c t_{\max}) T(2 t_{\max}) \approx 0$.

Choix d'une méthode et vérification des résultats

La méthode de Stehfest est plus simple à mettre en oeuvre car elle ne nécessite pas de choisir certains paramètres. La méthode de Fourier peut conduire à un meilleur résultat dans le cas d'inversion de certaines fonctions comme les fonctions périodiques par exemple (cf. Maillet).

L'étude du comportement de la fonction $\theta(p)$ aux temps longs ($t \rightarrow \infty$ soit $p \rightarrow 0$) et aux temps courts ($t \rightarrow 0$ soit $p \rightarrow \infty$) peut conduire à des formules approchées de $\theta(p)$ dont on peut alors trouver la transformée de Laplace inverse analytiquement. La comparaison de ces solutions analytiques avec les résultats de l'inversion numérique donne une indication sur la justesse de l'inversion numérique.

A.2.3 : Transformation de Laplace inverse

$$q = \sqrt{\frac{p}{a}}$$

$\theta(p) = L\{T(t)\}$	$T(t)$	$\theta(p) = L\{T(t)\}$	$T(t)$
$\frac{1}{p}$	1	$\frac{\ln(p)}{p}$	$-\ln(t) - \gamma$; $\gamma = 0,57721$
1	$\delta(t)$ Dirac	$\frac{1}{\sqrt{p}}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi t}}$
$\frac{1}{p + \beta}$	$e^{-\beta t}$	$\frac{1}{p\sqrt{p}}$	$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{t}$
$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$	$\sin(\omega t)$	$\frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$	$\text{sh}(\omega t)$
$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$	$\cos(\omega t)$	$\frac{p}{p^2 - \omega^2}$	$\text{ch}(\omega t)$
$\frac{b}{p(b + \sqrt{p})}$	$1 - \exp(b^2 t) \text{erfc}(b\sqrt{t})$	$\frac{1}{p^n}$ $n = 1, 2, 3, \dots$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$

$\theta(p) = L\{T(t)\}$	$T(t)$
e^{-qx}	$\frac{x}{2\sqrt{\pi \alpha} t^3} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{q}$	$\left(\frac{\alpha}{\pi t}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{p}$	$\text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{pq}$	$2\left(\frac{\alpha t}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - x \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{p^2}$	$\left(t + \frac{x^2}{2\alpha}\right) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - x \left(\frac{t}{\pi \alpha}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{q+h}$	$\left(\frac{\alpha}{\pi t}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - h \alpha \exp(hx + \alpha t h^2) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + h\sqrt{\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{q(q+h)}$	$\alpha \exp(hx + \alpha t h^2) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + h\sqrt{\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{p(q+h)}$	$\frac{1}{h} \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) - \frac{1}{h} \exp(hx + \alpha t h^2) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + h\sqrt{\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{p q (q+h)}$	$\frac{2}{h} \left(\frac{\alpha}{\pi t}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4\alpha t}\right) - \frac{1+h x}{h^2} \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}}\right) + \frac{1}{h^2} \exp(hx + \alpha t h^2) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + h\sqrt{\alpha t}\right)$
$\frac{e^{-qx}}{(q+h)^2}$	$-2 h \left(\frac{\alpha^3 t}{\pi}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2\alpha t}\right) + \alpha (1+h x + 2 h^2 \alpha t) \exp(hx + \alpha t h^2) \text{erfc}\left(\frac{x}{2\sqrt{\alpha t}} + h\sqrt{\alpha t}\right)$

A.2.4 : Choix des transformations intégrales pour différentes configurations

n°	Condition limite x=0	Condition limite x=e	Equation transcendante	Fonctions propres	Norme
Cylindre creux de rayons R₁ et R₂					
1	$\phi = 0$	$\phi = 0$	$J_0(\alpha_n R_1)Y_0(\alpha_n R_2) - Y_0(\alpha_n R_1)J_0(\alpha_n R_2) = 0$	$J_0(\alpha_n r)Y_0(\alpha_n R_2) - Y_0(\alpha_n r)J_0(\alpha_n R_2)$	$\frac{2}{\pi^2} \frac{J_0^2(\alpha_n R_1) - J_0^2(\alpha_n R_2)}{\alpha_n^2 J_0^2(\alpha_n R_1)}$
2	$\phi = 0$	$\frac{d\phi}{dx} = 0$	$J_1(\alpha_n R_1)Y_0(\alpha_n R_1) - Y_1(\alpha_n R_2)J_0(\alpha_n R_1) = 0$	$J_1(\alpha_n r)Y_0(\alpha_n r) - Y_1(\alpha_n R_2)J_0(\alpha_n r)$	$\frac{2}{\pi^2} \frac{J_0^2(\alpha_n R_1) - J_1^2(\alpha_n R_2)}{\alpha_n^2 J_0^2(\alpha_n R_1)}$
3	$\frac{d\phi}{dx} = 0$	$\phi = 0$	$J_0(\alpha_n R_2)Y_1(\alpha_n R_1) - Y_0(\alpha_n R_2)J_1(\alpha_n R_1) = 0$	$J_0(\alpha_n r)Y_1(\alpha_n R_2) - Y_0(\alpha_n r)J_1(\alpha_n R_2)$	$\frac{2}{\pi^2} \frac{J_1^2(\alpha_n R_1) - J_0^2(\alpha_n R_2)}{\alpha_n^2 J_1^2(\alpha_n R_1)}$
4	$\frac{d\phi}{dx} = 0$	$\phi = 0$	$J_1(\alpha_n R_1)Y_1(\alpha_n R_2) - Y_1(\alpha_n R_1)J_1(\alpha_n R_2) = 0$	$J_1(\alpha_n r)Y_1(\alpha_n R_2) - Y_1(\alpha_n R_2)J_1(\alpha_n r)$	$\frac{2}{\pi^2} \frac{J_1^2(\alpha_n R_1) - J_1^2(\alpha_n R_2)}{\alpha_n^2 J_1^2(\alpha_n R_1)}$
Cylindre plein de rayon extérieur R					
5		$\phi = 0$	$J_0(\alpha_n R) = 0$	$J_0(\alpha_n R)$	$\frac{R^2}{2} J_1^2(\alpha_n R)$
6		$\frac{d\phi}{dx} = 0$	$J_1(\alpha_n R) = 0$	$J_0(\alpha_n R)$	$\frac{R^2}{2} J_0^2(\alpha_n R)$ si $\alpha_n \neq 0$ $\frac{R^2}{2}$ si $\alpha_n = \alpha_0 = 0$

A.2.4 : Choix des transformations intégrales pour différentes configurations

Plaque d'épaisseur e					
n°	Condition limite x=0	Condition limite x=e	Valeurs propres	Fonctions propres	Norme
1	$\phi = 0$	$\phi = 0$	$n \pi / e$	$\sin(\alpha_n x)$	$e/2$
2	$\phi = 0$	$\frac{d\phi}{dx} = 0$	$\left(n + \frac{1}{2}\right) \pi / e$	$\sin(\alpha_n x)$	$e/2$
3	$\phi = 0$	$\lambda \frac{d\phi}{dx} + h\phi = 0$	Racines positives de $\tan(\alpha_n e) = -\frac{\lambda}{h} \alpha_n$	$\sin(\alpha_n x)$	$\frac{e}{2} \left[1 + \frac{h e / \lambda}{(h e / \lambda)^2 + (\alpha_n e)^2} \right]$
4	$\frac{d\phi}{dx} = 0$	$\phi = 0$	$\left(n + \frac{1}{2}\right) \pi / e$	$\cos(\alpha_n x)$	$e/2$
5	$\frac{d\phi}{dx} = 0$	$\frac{d\phi}{dx} = 0$	$n \pi / e$	$\cos(\alpha_n x)$	e pour $n = 0$ $e/2$ pour $n = 1, 2, \dots$
6	$\frac{d\phi}{dx} = 0$	$\lambda \frac{d\phi}{dx} + h\phi = 0$	Racines positives de $\cot g(\alpha_n e) = -\frac{\lambda}{h} \alpha_n$	$\cos(\alpha_n x)$	$\frac{e}{2} \left[1 + \frac{h e / \lambda}{(h e / \lambda)^2 + (\alpha_n e)^2} \right]$
7	$-\lambda \frac{d\phi}{dx} + h\phi = 0$	$\phi = 0$	Racines positives de $\tan(\alpha_n e) = -\frac{\lambda}{h} \alpha_n$	$\sin[\alpha_n(e-x)]$	$\frac{e}{2} \left[1 + \frac{h e / \lambda}{(h e / \lambda)^2 + (\alpha_n e)^2} \right]$
8	$-\lambda \frac{d\phi}{dx} + h\phi = 0$	$\frac{d\phi}{dx} = 0$	Racines positives de $\cot g(\alpha_n e) = \frac{\lambda}{h} \alpha_n$	$\cos[\alpha_n(e-x)]$	$\frac{e}{2} \left[1 + \frac{h e / \lambda}{(h e / \lambda)^2 + (\alpha_n e)^2} \right]$
9	$-\lambda \frac{d\phi}{dx} + h_1 \phi = 0$	$-\lambda \frac{d\phi}{dx} + h_2 \phi = 0$	Racines positives de $\tan(\alpha_n e) = \frac{\lambda \alpha_n (h_1 + h_2)}{(\lambda \alpha_n)^2 - h_1 / h_2}$	$\cos(\alpha_n x) + \frac{h_1}{\lambda \alpha_n} \sin(\alpha_n x)$	$\frac{1}{2 e \alpha_n} \left[\frac{h_2 e / \lambda}{(h_2 e / \lambda)^2 + (\alpha_n e)^2} + \frac{h_1 e}{\pi} \right]$

A.2.5 : Equations et fonctions de Bessel

Equations particulières de Bessel et leurs solutions

$$\begin{aligned}
 y'' + \frac{y'}{x} + m^2 y &= 0 & \Rightarrow & \quad y = k_1 J_0(mx) + k_2 Y_0(mx) \\
 x^2 y'' + x y' + (x^2 - n^2)y &= 0 & \Rightarrow & \quad y = k_1 J_n(x) + k_2 Y_n(x) \quad (n \text{ entier}) \\
 y'' + \frac{y'}{x} - m^2 y &= 0 & \Rightarrow & \quad y = k_1 I_0(mx) + k_2 K_0(mx) \\
 x^2 y'' + x y' - (x^2 + n^2)y &= 0 & \Rightarrow & \quad y = k_1 I_n(x) + k_2 K_n(x)
 \end{aligned}$$

J_n Fonction de Bessel de 1^{ère} espèce non modifiée d'ordre n
 I_n Fonction de Bessel de 1^{ère} espèce modifiée d'ordre n
 Y_n Fonction de Bessel de 2^{ème} espèce non modifiée d'ordre n
 K_n Fonction de Bessel de 2^{ème} espèce modifiée d'ordre n .

(cf. Özisik pour la définition des fonctions de Bessel).

Principales propriétés des fonctions de Bessel

Récurrance

$$\begin{aligned}
 J_{n+1}(u) &= -J_{n-1}(u) + \frac{2n}{u} J_n(u) & Y_{n+1}(u) &= -Y_{n-1}(u) + \frac{2n}{u} Y_n(u) \\
 I_{n+1}(u) &= I_{n-1}(u) - \frac{2n}{u} I_n(u) & K_{n+1}(u) &= K_{n-1}(u) - \frac{2n}{u} K_n(u)
 \end{aligned}$$

Dérivée

$$\begin{aligned}
 J'_n(u) &= J_{n-1}(u) - \frac{n}{u} J_n(u) = -J_{n+1}(u) + \frac{n}{u} J_n(u) & Y'_n(u) &= Y_{n-1}(u) - \frac{n}{u} Y_n(u) = -Y_{n+1}(u) + \frac{n}{u} Y_n(u) \\
 I'_n(u) &= I_{n-1}(u) - \frac{n}{u} I_n(u) = I_{n+1}(u) + \frac{n}{u} I_n(u) & K'_n(u) &= -K_{n-1}(u) - \frac{n}{u} K_n(u) = -K_{n+1}(u) + \frac{n}{u} K_n(u)
 \end{aligned}$$

Limites des fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1

Si $u \rightarrow 0$:

$$\begin{array}{cccc}
 J_0(u) \rightarrow 1 & J_1(u) \rightarrow 0 & Y_0(u) \rightarrow -\infty & Y_1(u) \rightarrow -\infty \\
 I_0(u) \rightarrow 1 & I_1(u) \rightarrow 0 & K_0(u) \rightarrow +\infty & K_1(u) \rightarrow +\infty
 \end{array}$$

Si $u \rightarrow \infty$

$$\begin{array}{cccc}
 J_0(u) \rightarrow 0 & J_1(u) \rightarrow 0 & Y_0(u) \rightarrow 0 & Y_1(u) \rightarrow 0 \\
 I_0(u) \rightarrow +\infty & I_1(u) \rightarrow +\infty & K_0(u) \rightarrow 0 & K_1(u) \rightarrow 0
 \end{array}$$

Comportement asymptotique des fonctions de Bessel d'ordre 0 et 1

Si $u \rightarrow 0$:

$$\begin{array}{cccc}
 J_0(u) \rightarrow 1 & J_1(u) \rightarrow u/2 & Y_0(u) \rightarrow (2/\pi) \ln(u) & Y_1(u) \rightarrow 2/\pi u \\
 I_0(u) \rightarrow 1 & I_1(u) \rightarrow u/2 & K_0(u) \rightarrow -\ln(u) & K_1(u) \rightarrow 1/x
 \end{array}$$

Si $u \rightarrow \infty$

$$\begin{aligned}
 J_0(u) &\rightarrow \sqrt{2/\pi u} \cos\left(u - \frac{\pi}{4}\right) & J_1(u) &\rightarrow \sqrt{2/\pi u} \cos\left(u - \frac{u}{2} - \frac{\pi}{4}\right) & Y_0(u) &\rightarrow \sqrt{2/\pi u} \sin\left(u - \frac{u}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \\
 Y_1(u) &\rightarrow \sqrt{2/\pi u} \sin\left(u - \frac{\pi}{4}\right) & I_0(u), I_1(u) &\rightarrow \sqrt{2/\pi u} \exp(u) & K_0(u), K_1(u) &\rightarrow \sqrt{\pi/2u} \exp(-u)
 \end{aligned}$$

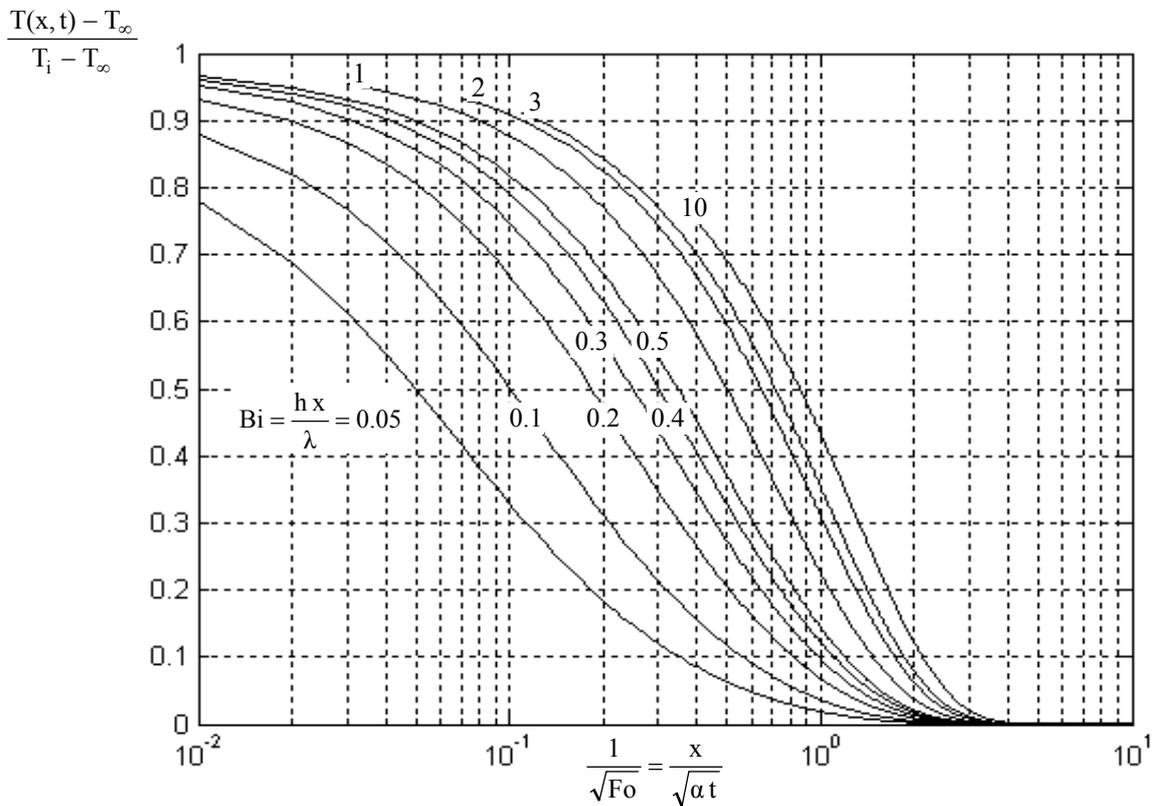
A.2.5 : Fonctions et équations de Bessel

x	$I_0(x)$	$I_1(x)$	$K_0(x)$	$K_1(x)$	x	$I_0(x)$	$I_1(x)$	$K_0(x)$	$K_1(x)$
0	1,0000	0,0000	∞	∞	3,0	4,881	3,953	0,035	0,041
0,1	1,0025	0,0501	2,427	9,849	3,1	5,294	4,326	0,031	0,036
0,2	1,01	0,1005	1,753	4,775	3,2	5,747	4,734	0,028	0,031
0,3	1,0226	0,1517	1,373	3,057	3,3	6,243	5,181	0,025	0,028
0,4	1,0404	0,204	1,115	2,185	3,4	6,785	5,67	0,022	0,025
0,5	1,0635	0,2579	0,924	1,656	3,5	7,378	6,206	0,019	0,022
0,6	1,092	0,3137	0,778	1,302	3,6	8,028	6,793	0,017	0,020
0,7	1,1263	0,3719	0,660	1,051	3,7	8,739	7,436	0,016	0,017
0,8	1,1665	0,4329	0,565	0,862	3,8	9,517	8,14	0,014	0,016
0,9	1,213	0,4971	0,487	0,716	3,9	10,369	8,913	0,013	0,014
1,0	1,2661	0,5652	0,421	0,602	4,0	11,3	9,76		
1,1	1,3262	0,6375	0,366	0,509	4,1	12,32	10,69		
1,2	1,3937	0,7147	0,319	0,435	4,2	13,44	11,71		
1,3	1,4693	0,7973	0,278	0,372	4,3	14,67	12,82		
1,4	1,5534	0,8861	0,243	0,320	4,4	16,01	14,05		
1,5	1,6467	0,9817	0,214	0,278	4,5	17,48	15,39		
1,6	1,75	1,0848	0,188	0,240	4,6	19,09	16,86		
1,7	1,864	1,1963	0,165	0,209	4,7	20,86	18,48		
1,8	1,9896	1,3172	0,146	0,182	4,8	22,79	20,25		
1,9	2,1277	1,4482	0,129	0,160	4,9	24,91	22,2		
2,0	2,28	1,591	0,113	0,140	5,0	27,24	24,34		
2,1	2,446	1,746	0,101	0,123	5,1	29,79	26,68		
2,2	2,629	1,914	0,090	0,108	5,2	32,58	29,25		
2,3	2,83	2,098	0,079	0,094	5,3	35,65	32,08		
2,4	3,049	2,298	0,071	0,083	5,4	39,01	35,18		
2,5	3,29	2,517	0,063	0,074	5,5	42,7	38,59		
2,6	3,553	2,755	0,055	0,066	5,6	46,74	42,33		
2,7	3,842	3,016	0,049	0,058	5,7	51,17	46,44		
2,8	4,157	3,301	0,044	0,050	5,8	56,04	50,95		
2,9	4,503	3,613	0,039	0,046	5,9	61,38	55,9		

A.2.6. : Valeur de la fonction erf

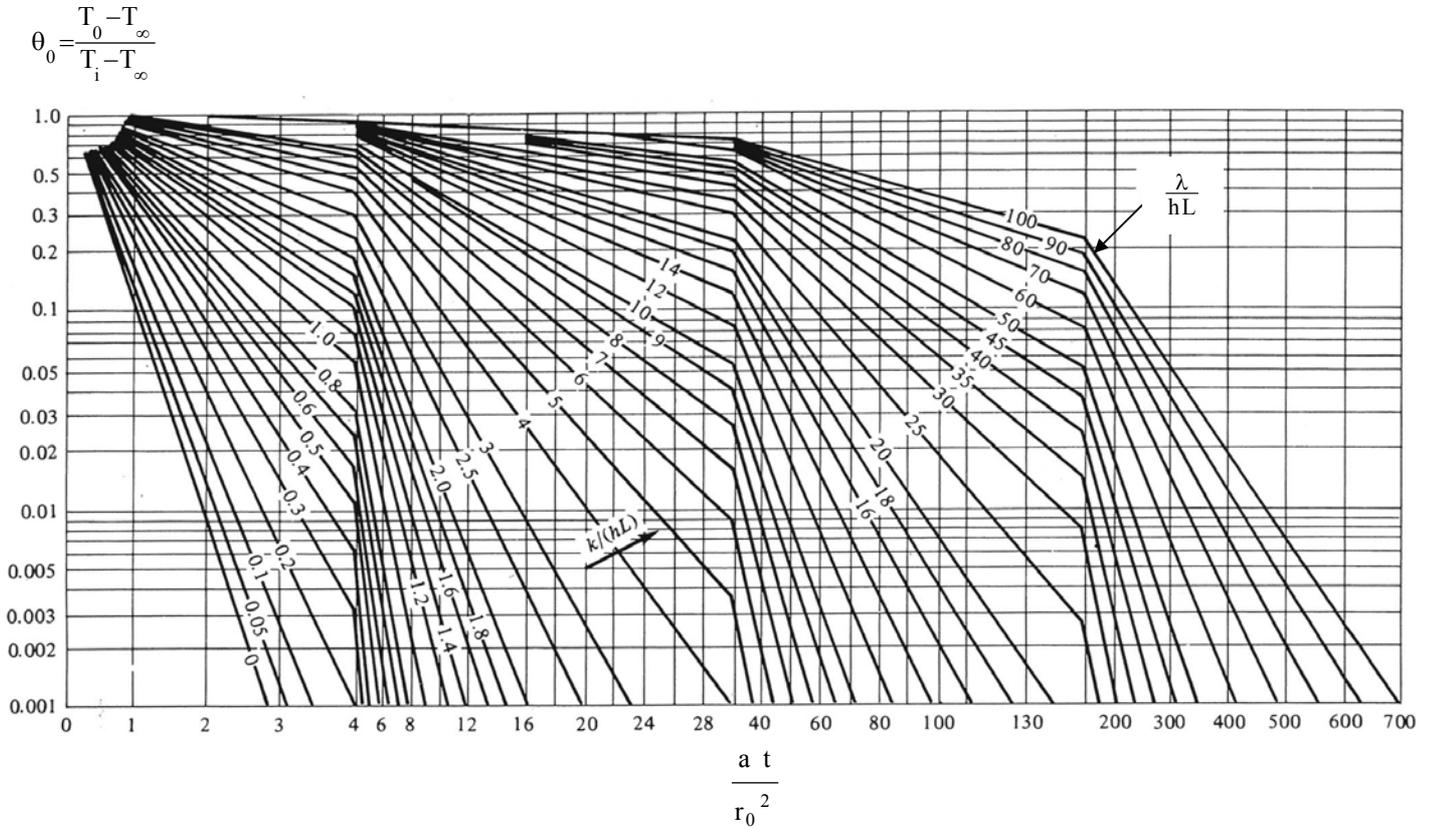
x	erf x	erfc x	ierf x	x	erf x	erfc x	ierf x
0	0,000000	1,000000	0,564190	1,1	0,880205	0,11980	1,760
0,05	0,056372	0,943628	0,518421	1,2	0,910314	0,08969	2,274
0,1	0,112463	0,887537	0,481106	1,3	0,934008	0,06599	2,972
0,15	0,167996	0,832004	0,452227	1,4	0,952285	0,04772	3,939
0,2	0,222703	0,777297	0,431755	1,5	0,966105	0,03390	5,302
0,25	0,276326	0,723674	0,419658	1,6	0,976378	0,02362	7,260
0,3	0,328627	0,671373	0,415910	1,7	0,983790	0,01621	10,124
0,35	0,379382	0,620618	0,420498	1,8	0,989091	0,01091	14,386
0,4	0,428392	0,571608	0,433440	1,9	0,992790	0,00721	20,842
0,45	0,475482	0,524518	0,454795	2	0,995322	0,00468	30,794
0,5	0,520500	0,479500	0,484684	2,1	0,997021	0,00298	46,409
0,55	0,563323	0,436677	0,523311	2,2	0,998137	0,00186	71,349
0,6	0,603856	0,396144	0,570983	2,3	0,998857	0,00114	111,901
0,65	0,642029	0,357971	0,628143	2,4	0,999311	0,00069	179,043
0,7	0,677801	0,322199	0,695397	2,5	0,999593	0,00041	292,257
0,75	0,711156	0,288844	0,773551	2,6	0,999764	0,00024	486,693
0,8	0,742101	0,257899	0,863656	2,7	0,999866	0,00013	826,860
0,85	0,770668	0,229332	0,967059	2,8	0,999925	0,00008	1433,158
0,9	0,796908	0,203092	1,085464	2,9	0,999959	0,00004	2534,205
0,95	0,820891	0,179109	1,221003	3	0,999978	0,00002	4571,677
1	0,842701	0,157299	1,376328				

A.2.7 : Milieu semi-infini avec coefficient de transfert imposé

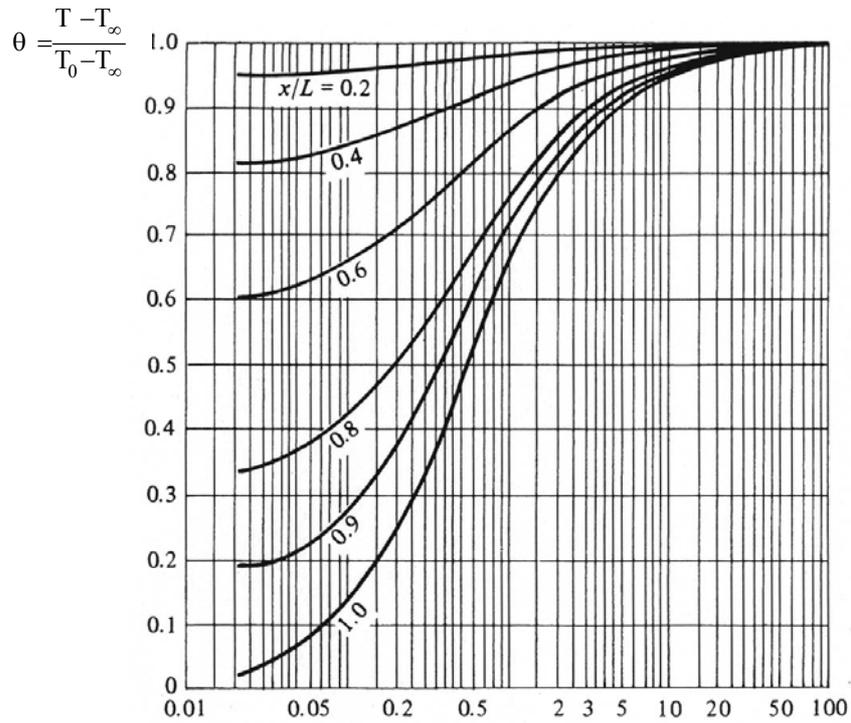


A.2.8 : Plaque avec coefficient de transfert imposé

Température adimensionnelle θ_0 au centre de la plaque d'épaisseur $2L$



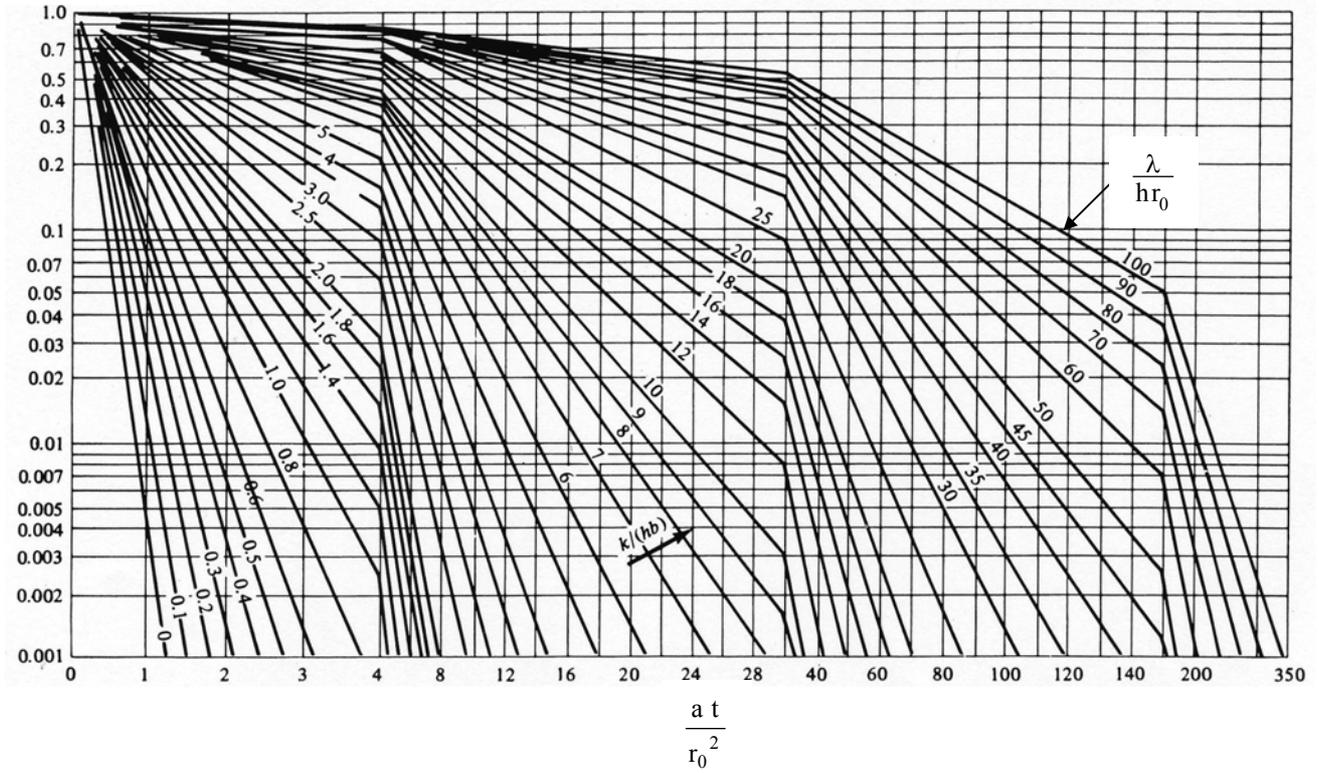
Température adimensionnelle θ à la distance x du centre



A.2.9 : Cylindre infini avec coefficient de transfert imposé

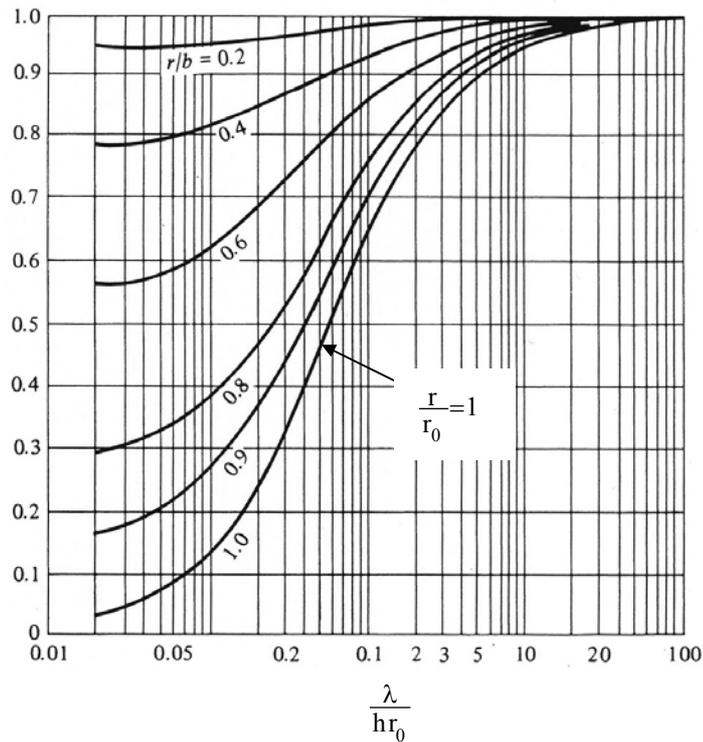
Température adimensionnelle θ_0 sur l'axe du cylindre de rayon r_0

$$\theta_0 = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$



Température adimensionnelle θ à la distance r de l'axe

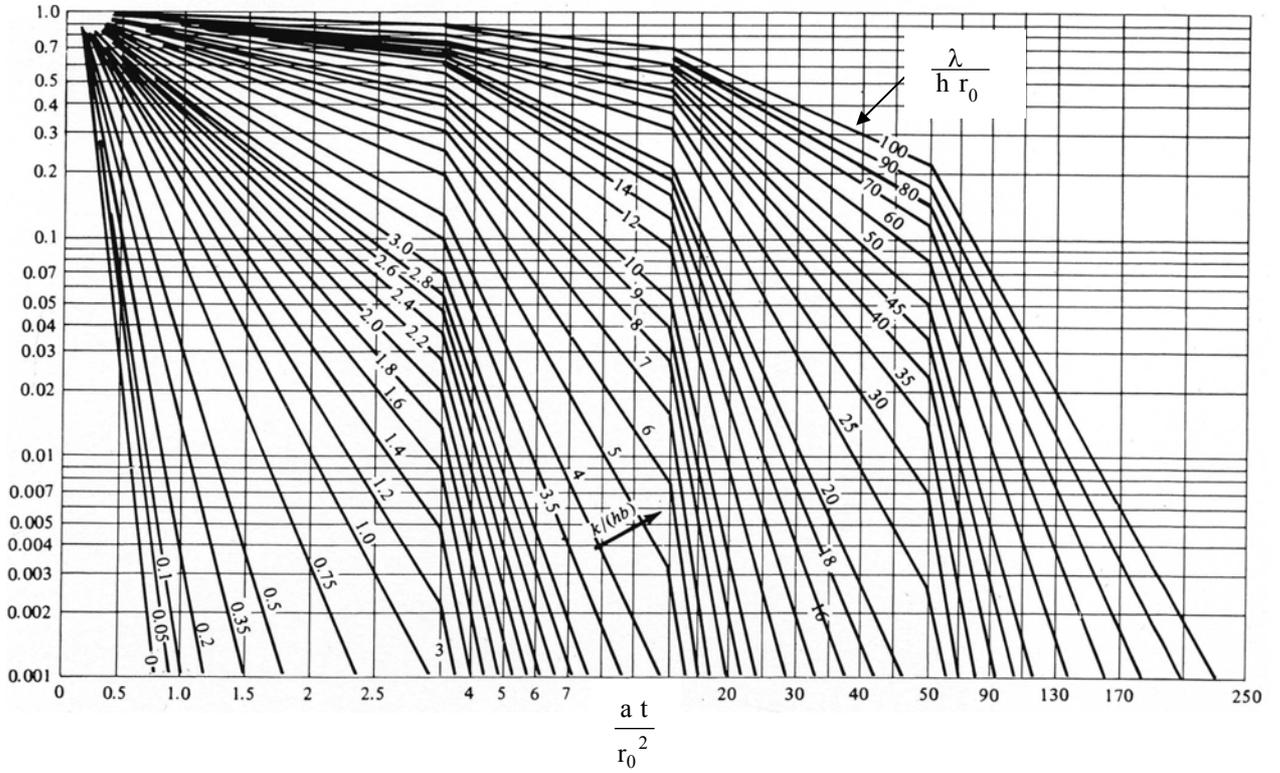
$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$



A.2.10 : Sphère avec coefficient de transfert imposé

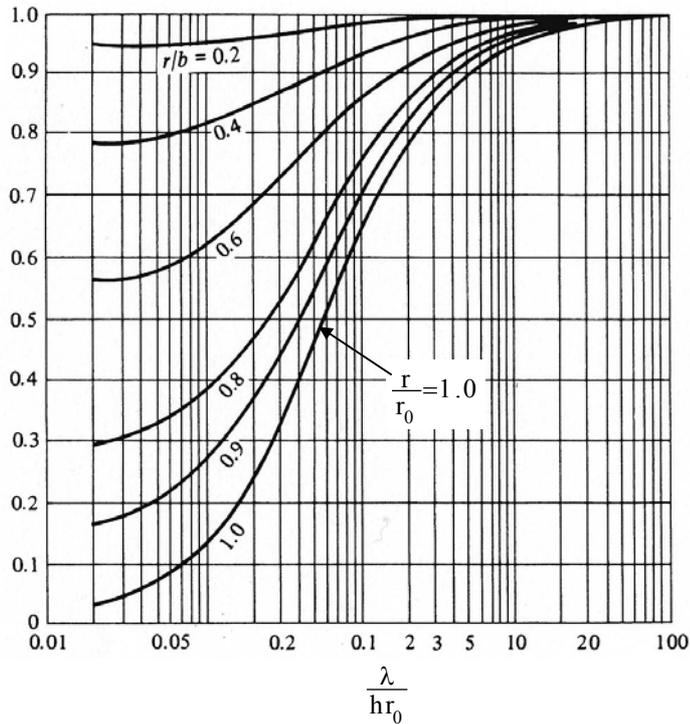
Température adimensionnelle θ_0 au centre de la sphère de rayon r_0

$$\theta_0 = \frac{T_0 - T_\infty}{T_i - T_\infty}$$



Température adimensionnelle θ à la distance r du centre

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty}$$

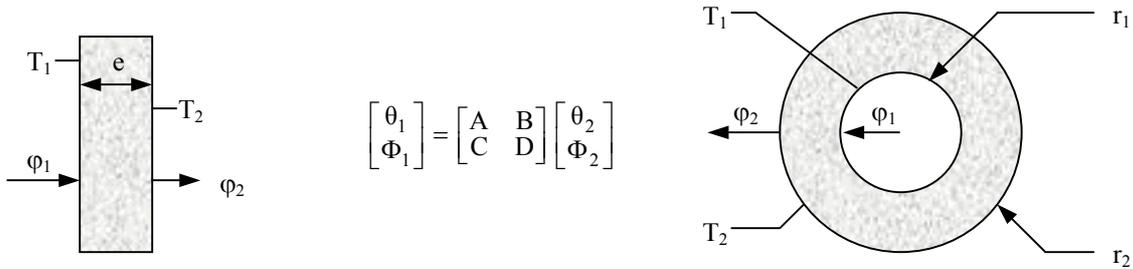


A.2.11 : Matrices quadripolaires pour différentes configurations

$$q = \sqrt{\frac{p}{a}} \quad ; \quad I_0, I_1, K_0, K_1 : \text{Fonctions de Bessel cf. annexe A.2.5.}$$

Quadripôle associé à un transfert unidirectionnel dans un milieu sans génération d'énergie

Milieu d'épaisseur finie



	Mur plan d'épaisseur e	Cylindre creux de rayons r1 et r2	Sphère creuse de rayons r1 et r2
A	ch(qe)	$q r_2 [I_0(q r_1) K_1(q r_2) + I_1(q r_2) K_0(q r_1)]$	$\frac{r_2}{r_1} \text{ch}(p) - \frac{\text{sh}(p)}{q r_1}$
B	$\frac{\text{sh}(q e)}{\lambda q S}$	$\frac{1}{2 \pi \lambda L} [I_0(q r_2) K_0(q r_1) - I_0(q r_1) K_0(q r_2)]$	$\frac{\text{sh}(p)}{4 \pi \lambda q r_1 r_2}$
C	$\lambda q S \text{sh}(q e)$	$2 \pi \lambda L q r_1 q r_2 \begin{bmatrix} I_1(q r_2) K_1(q r_1) \\ -I_1(q r_1) K_1(q r_2) \end{bmatrix}$	$4 \pi \lambda r_2 \left[\left(1 - \frac{r_1}{r_2}\right) \text{ch}(p) + \left(q r_1 - \frac{1}{q r_2} \text{sh}(p)\right) \right]$
D	ch(qe)	$q r_1 [I_0(q r_2) K_1(q r_1) + I_1(q r_1) K_0(q r_2)]$	$\frac{r_1}{r_2} \text{ch}(p) + \frac{\text{sh}(p)}{q r_2}$

Milieu semi-infini

La transformée de Laplace Φ du flux de chaleur φ s'écrit : $\Phi = \frac{\varphi}{Z}$ avec :

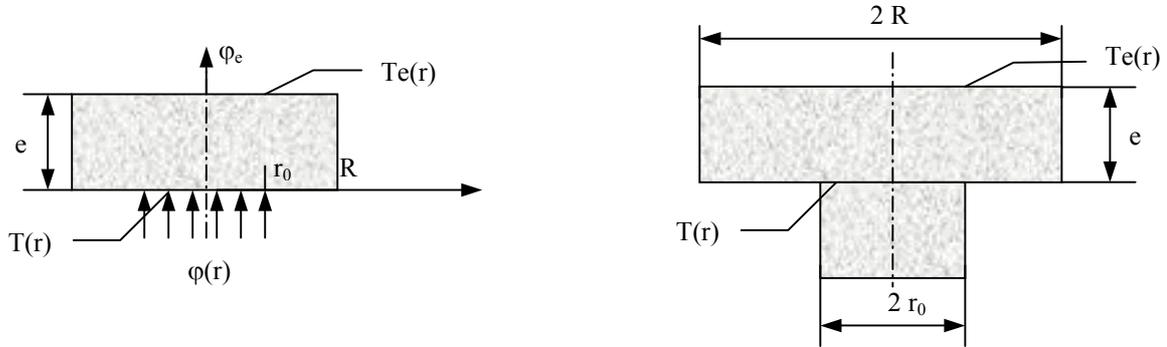
	Mur semi-infini	Cylindre semi-infini de rayon intérieur r1	Sphère semi-infinie de rayon intérieur r1
Z	$\frac{1}{SE \sqrt{p}}$	$\frac{1}{2 \pi \lambda L} \frac{K_0(q r_1)}{q r_1 K_1(q r_1)}$	$\frac{1}{4 \pi \lambda r_1 (1 + q r_1)}$

Où : $E = \sqrt{\lambda \rho c}$ est l'effusivité thermique.

A.2.12 : Matrices quadripolaires pour différentes configurations

Quadripôle associé à une résistance de constriction

(variation brusque de la section de passage du flux de chaleur)



Transfert d'un flux $\phi(r)$ à la surface d'un cylindre de rayon R et d'épaisseur e , avec $\phi(r)=0$ si $r>r_0$

(cf. Maillet p. 211-233)

	R et e infinis		R et e finis	
	$\Phi = \frac{\bar{\theta}_{0-r_0}}{Rc}$		$\begin{bmatrix} \theta \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Rc \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_e \\ \Phi_e \end{bmatrix}$	
	$T(r) = T_0$ pour $r < r_0$	$\phi(r) = \phi_0$ pour $r < r_0$	$T_e(r) = T_{e0}$	$\phi_e(r) = \phi_{e0}$
Rc	$\frac{1}{4\lambda r_0 \left(1 + \frac{\pi}{4} q r_0\right)}$	$\frac{8}{3\pi^2 \lambda r_0 \left(1 + \frac{8}{3\pi} q r_0\right)}$	$\sum_{n=1}^{\infty} F_n \text{th}(\gamma_n e)$	$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_n}{\text{th}(\gamma_n e)}$

$$A = D = \text{ch}(qe)$$

$$F_n = \frac{4J_1^2(\alpha_n r_0)}{\lambda S r_0^2 \alpha_n^2 \gamma_n J_0^2(\alpha_n r_0)}$$

Avec : $B = \frac{1}{\lambda q \pi R^2} \text{sh}(qe)$ et :

avec α_n solution de $J_1(\alpha_n R) = 0$ et $\gamma_n = \alpha_n^2 + \frac{p}{a}$

$$C = \lambda q \pi R^2 \text{sh}(qe)$$

Si $\frac{e}{R} > 1$ alors $\text{th}(\gamma_n e) = 1$

Quadripôle associé à un transfert unidirectionnel dans un milieu avec génération d'énergie

Température considérée = température moyenne de l'élément chauffant

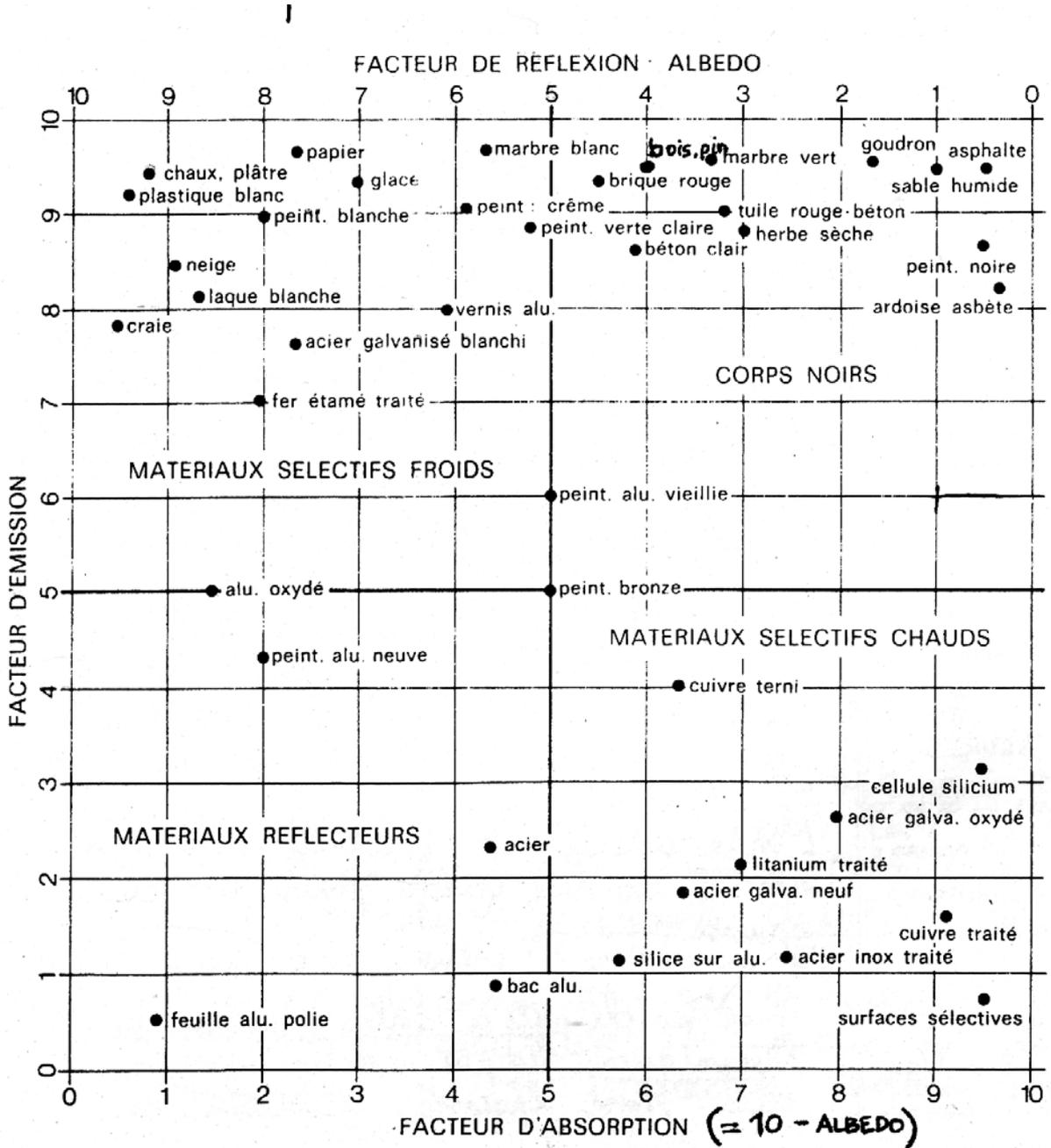
	Plaque d'épaisseur e	Cylindre plein de rayon r	Sphère pleine de rayon r
A	1	1	1
B	$\frac{1}{\frac{\lambda S}{e} q e \text{th}(qe)} - \frac{1}{\rho c S e p}$	$\frac{1}{2\pi\lambda L} \frac{I_0(qr)}{I_1(qr)} - \frac{1}{\rho c \pi r^2 L p}$	$\frac{1}{4\pi\lambda r [qr \text{ch}(qr) - 1]} - \frac{3}{4\rho c \pi r^3 p}$
C	$\rho c S e p$	$\rho c \pi r^2 L p$	$\frac{4}{3} \rho c \pi r^3 p$
D	$\frac{qe}{\text{th}(qe)}$	$\frac{qr}{2} \frac{I_0(qr)}{I_1(qr)}$	$\frac{(qr)^2}{3[qr \coth(qr) - 1]}$

A.2.12 : Efficacité des ailettes

Hypothèse : Flux nul à l'extrémité de l'ailette, vérifié si $\sqrt{\frac{h e}{\lambda}} \ll 1$ (d'après Whitaker).

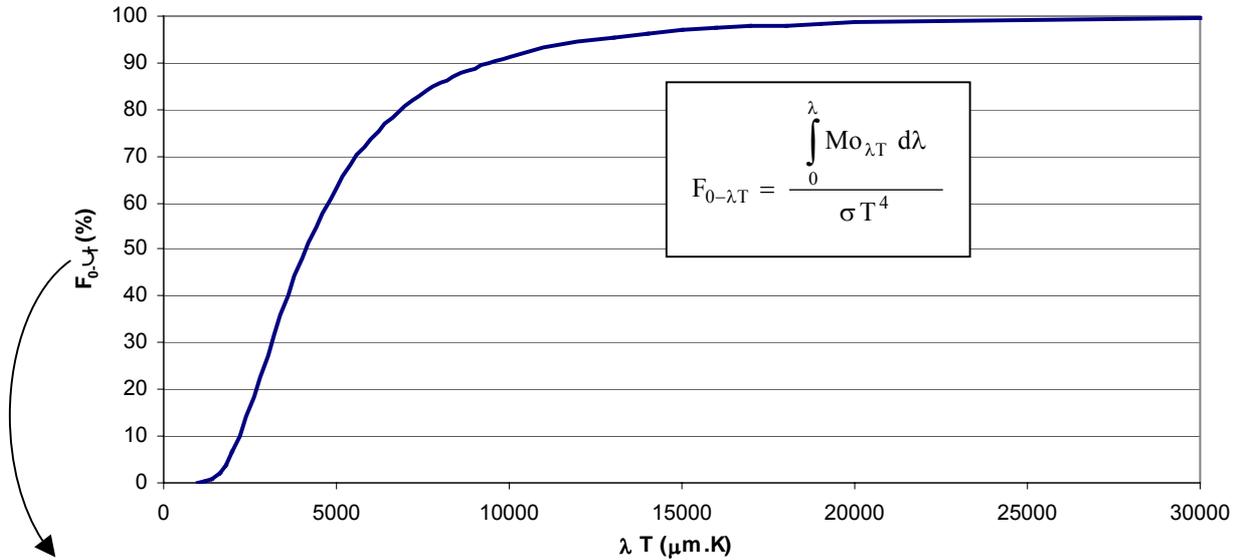
Ailette droite	Rectangulaire $y = e$		$\eta = \frac{1}{\omega L} \text{th}(\omega L)$ avec $\omega = \sqrt{\frac{h}{\lambda e}}$
	Parabolique $y = e \left(1 - \frac{x}{L}\right)^{\frac{1}{2}}$		$\eta = \frac{1}{\omega L} \frac{I_{2/3}\left(\frac{4}{3}\omega L\right)}{I_{-1/3}\left(\frac{4}{3}\omega L\right)}$
	Triangulaire $y = e \left(1 - \frac{x}{L}\right)$		$\eta = \frac{1}{\omega L} \frac{I_1(2\omega L)}{I_0(2\omega L)}$
	Parabolique $y = e \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2$		$\eta = \frac{2}{\sqrt{4(\omega L)^2 + 1} + 1}$
Ailette circulaire	Rectangulaire $y = e$		$\eta = \frac{2}{\omega L \left(\frac{r_1}{r_0} + 1\right)} \frac{I_1(\omega r_0) K_1(\omega r_1) - I_1(\omega r_1) K_1(\omega r_0)}{I_0(\omega r_0) K_1(\omega r_1) - I_1(\omega r_1) K_0(\omega r_0)}$
Aiguilles (section droite circulaire)	Rectangulaire $y = e$		$\eta = \frac{1}{\sqrt{2} \omega L} \text{th}(\sqrt{2} \omega L)$
	Parabolique $y = e \left(1 - \frac{x}{L}\right)^{\frac{1}{2}}$		$\eta = \frac{3}{2\sqrt{2} \omega L} \frac{I_1\left(\frac{4}{3}\sqrt{2}\omega L\right)}{I_0\left(\frac{4}{3}\sqrt{2}\omega L\right)}$
	Triangulaire $y = e \left(1 - \frac{x}{L}\right)$		$\eta = \frac{\sqrt{2}}{\omega L} \frac{I_2(2\sqrt{2}\omega L)}{I_1(2\sqrt{2}\omega L)}$
	Parabolique $y = e \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2$		$\eta = \frac{2}{\sqrt{\frac{8}{9}(\omega L)^2 + 1} + 1}$

A.3.1 : Emissivité de certains corps



Albédo = facteur de réflexion par rapport au rayonnement solaire ($\lambda < 3 \mu\text{m}$)

A.3.2 : Fraction d'énergie $F_{0-\lambda T}$ rayonnée par un corps noir entre 0 et λ



a \ b	0	40	80	120	160
1 000	0,03	0,05	0,08	0,11	0,16
1 200	0,21	0,29	0,38	0,49	0,62
1 400	0,78	0,96	1,17	1,41	1,68
1 600	1,97	2,30	2,66	3,06	3,48
1 800	3,94	4,42	4,94	5,49	6,07
2 000	6,68	7,31	7,97	8,65	9,36
2 200	10,09	10,84	11,61	12,40	13,21
2 400	14,03	14,86	15,71	16,57	17,44
2 600	18,32	19,20	20,09	20,99	21,89
2 800	22,79	23,70	24,61	25,51	26,42
3 000	27,33	28,23	29,13	30,03	30,92
3 200	31,81	32,70	33,58	34,45	35,32
3 400	36,18	37,03	37,88	38,71	39,54
3 600	40,36	41,18	41,98	42,78	43,56
3 800	44,34	45,11	45,87	46,62	47,36
4 000	48,09	48,81	49,53	50,23	50,92
4 200	51,60	52,28	52,94	53,60	54,25
4 400	54,88	55,51	56,13	56,74	57,34
4 600	57,93	58,51	59,09	59,65	60,21
4 800	60,66	61,30	61,83	62,35	62,87
5 000	63,38	63,88	64,37	64,85	65,33
5 200	65,80	66,26	66,72	67,16	67,60
5 400	68,04	68,46	68,88	69,30	69,70
5 600	70,11	70,50	70,89	71,27	71,65
5 800	72,02	72,38	72,74	73,09	73,44
6 000	73,78	74,12	74,45	74,78	75,10
6 200	75,41	75,72	76,03	76,33	76,63
6 400	76,92	77,21	77,49	77,77	78,05
6 600	78,32	78,59	78,85	79,11	79,36
6 800	79,61	79,86	80,10	80,34	80,58
7 000	80,90	81,04	81,26	81,47	81,70
7 200	81,92	82,13	82,34	82,55	82,75
7 400	82,95	83,15	83,34	83,53	83,72
7 600	83,91	84,09	84,27	84,45	84,62

a \ b	0	40	80	120	160
7 800	84,80	84,97	85,14	85,30	85,47
8 000	85,63	85,78	85,94	86,10	86,25
8 200	86,40	86,55	86,69	86,83	86,98
8 400	87,12	87,25	87,39	87,52	87,66
8 600	87,80	87,92	88,04	88,17	88,29
8 800	88,41	88,53	88,65	88,77	88,88
9 000	88,89	89,11	89,22	89,33	89,44
9 200	89,55	89,65	89,76	89,86	89,96
9 400	90,06	90,16	90,26	90,35	90,45
9 600	90,54	90,63	90,72	90,81	90,90
9 800	90,99	91,08	91,16	91,25	91,33
10 000	91,42				

a \ b	0	200	400	600	800
10 000	91,42	91,81	92,19	92,54	92,87
11 000	93,18	93,48	93,76	94,02	94,27
12 000	94,50	94,73	94,94	95,14	95,33
13 000	95,51	95,68	95,84	96,00	96,14
14 000	96,29	96,42	96,54	96,67	96,78
15 000	96,89	97,00	97,10	97,19	97,29
16 000	97,37	97,46	97,54	97,62	97,69
17 000	97,77	97,83	97,90	97,96	98,02
18 000	98,08	98,14	98,19	98,24	98,29
19 000	98,34	98,38	98,43	98,47	98,51
20 000	98,55				
30 000	99,53				
40 000	99,78				
50 000	99,89				
60 000	99,93				
70 000	99,96				
80 000	99,97				
90 000	99,98				
100 000	99,98				

Utilisation :
 $\lambda T = a + b$

Exemple : $\lambda T = 2720 \mu m.K$
 se lit à 2600 + 120
 d'où : $F_{0-\lambda T} = 20,99 \%$

A.3.3 : Facteurs de forme géométrique de rayonnement

Configuration	Schéma	Valeur du facteur de forme
Surface élémentaire parallèle à un plan rectangulaire		$F_{dA1-A2} = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{B}{\sqrt{1+B^2}} \tan^{-1} \frac{C}{\sqrt{1+B^2}} + \frac{C}{\sqrt{1+C^2}} \tan^{-1} \frac{B}{\sqrt{1+C^2}} \right]$ $B = \frac{b}{a}, \quad C = \frac{c}{a}$
Source linéaire parallèle à un plan rectangulaire		$F_{dA1-A2} = \frac{1}{\pi B} \left[\sqrt{1+B^2} \tan^{-1} \left(\frac{C}{\sqrt{1+B^2}} \right) - \tan^{-1}(C) + \frac{BC}{\sqrt{1+C^2}} \tan^{-1} \left(\frac{B}{\sqrt{1+C^2}} \right) \right]$ $B = \frac{b}{a}, \quad C = \frac{c}{a}$
Source linéaire parallèle et plan rectangulaire se coupant avec un angle ϕ		$F_{dA1-A2} = \frac{1}{\pi} \left\{ \tan^{-1} B + \frac{\sin^2 \phi}{2B} \ln \left[\frac{B^2 + X^2}{(1+B^2)X^2} \right] - \frac{\sin 2\phi}{2B} \left[\frac{\pi}{2} - \phi + \tan^{-1} \left(\frac{C - \cos \phi}{\sin \phi} \right) \right] + \frac{Y}{B} \left[\tan^{-1} \left(\frac{C - \cos \phi}{Y} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{\cos \phi}{Y} \right) \right] \right\}$ $x \cos \phi + \frac{C \cos \phi - 1}{X} \tan^{-1} \left(\frac{B}{X} \right)$ $B = \frac{b}{a}, \quad C = \frac{c}{a}, \quad X = \sqrt{C^2 - 2C \cos \phi + 1}, \quad Y = \sqrt{B^2 + \sin^2 \phi}$
Deux plans parallèles rectangulaires de même aire		$F_{A1-A2} = \frac{1}{\pi} \left[\frac{1}{BC} \ln \left(\frac{XY}{X+Y-1} \right) + \frac{2\sqrt{X}}{B} \tan^{-1} \left(\frac{C}{\sqrt{X}} \right) + \frac{2\sqrt{Y}}{C} \tan^{-1} \left(\frac{B}{\sqrt{Y}} \right) - \frac{2}{C} \tan^{-1}(B) - \frac{2}{B} \tan^{-1}(C) \right]$ $B = \frac{b}{a}, \quad C = \frac{c}{a}, \quad X = 1+B^2, \quad Y = 1+C^2$
Deux bandes parallèles infinies de largeurs différentes		$F_{A1-A2} = \frac{1}{2B} \left[\sqrt{(B+C)^2 + 4} - \sqrt{(C-B)^2 + 4} \right]$ $F_{A2-A1} = \frac{1}{2C} \left[\sqrt{(B+C)^2 + 4} - \sqrt{(B-C)^2 + 4} \right]$ $F_{A1-A2} = F_{A2-A1} = \frac{1}{B} \left[\sqrt{B^2 + 1} - 1 \right] \quad \text{si } b = c$ $B = \frac{b}{a}, \quad C = \frac{c}{a}$

A.3.3 : Facteurs de forme géométrique de rayonnement

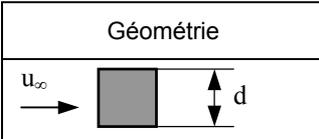
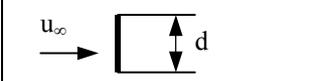
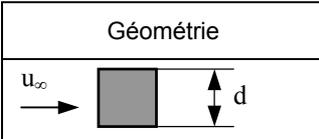
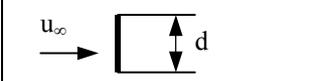
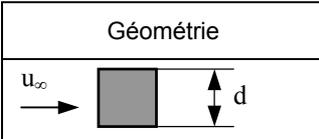
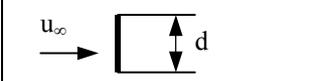
Configuration	Schéma	Valeur du facteur de forme
Deux plans rectangulaires perpendiculaires ayant un côté commun		$F_{A1-A2} = \frac{1}{\pi B} \left[\frac{1}{4} \ln \left\{ \frac{\left[\frac{(1+B^2)(1+C^2)}{1+B^2+C^2} \right] \left[\frac{B^2(1+B^2+C^2)}{(1+B^2)(B^2+C^2)} \right]^{B^2}}{\left[\frac{C^2(1+B^2+C^2)}{(1+C^2)(B^2+C^2)} \right]^{C^2}} \right\} + B \tan^{-1} \frac{1}{B} + C \tan^{-1} \frac{1}{C} - \sqrt{B^2+C^2} \tan^{-1} \left(\frac{1}{B^2+C^2} \right) \right]$ $B = \frac{b}{a}, C = \frac{c}{a}; F_{A1-A2} = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{c}{b} - \sqrt{1 + \left(\frac{c}{b} \right)^2} \right] \text{ si } a \rightarrow \infty$
Deux plans identiques ayant un côté commun		$F_{A1-A2} = F_{A2-A1} = 1 - \sin \frac{\theta}{2}$
Deux rectangles perpendiculaires		$F_{1-6} = \frac{A_6}{A_1} \left\{ \frac{1}{2 A_6} \left[(A_1 + A_2 + A_3 + A_4) F_{1234-56} - A_6 F_{6-24} \right] - A_5 F_{5-13} \right. \\ \left. - \frac{1}{2 A_6} \left[(A_3 + A_4) F_{34-56} - A_6 F_{6-4} - A_5 F_{5-3} \right] \right\}$
Deux rectangles parallèles		$F_{1-7} = \frac{1}{4 A_1} \left(A_{1234} F_{1234-5678} + A_1 F_{1-5} \right) \\ - \frac{1}{4 A_1} \left(A_{12} F_{12-56} + A_{14} F_{14-58} + A_{34} F_{34-78} + A_{23} F_{23-67} \right)$
Un plan rectangulaire et un cylindre à axe situé dans le plan médian au rectangle		$F_{A1-A2} = \frac{2}{Y} \int_0^{Y/2} \frac{X}{X^2 + \beta^2} - \frac{X}{\pi(X^2 + \beta^2)} \left[\cos^{-1} \left(\frac{W}{V} \right) - \frac{1}{2Z} \left[\sqrt{V^2 + 4Z} \right] \right] \times \cos^{-1} \left(\frac{W}{V \sqrt{X^2 + \beta^2}} \right) + W \sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{X + \beta^2}} \right) - \frac{\pi V}{2} \right] d\beta$ $X = \frac{a}{r}, Y = \frac{b}{r}, Z = \frac{c}{r}, V = X^2 + Z^2 + \beta^2 - 1, W = Z^2 - X^2 - \beta^2 + 1$

A.3.4 : Epaisseurs de gaz équivalentes vis-à-vis du rayonnement

Géométrie du volume	Dimension caractéristique	4 V/S	R _{équivalent}
Hémisphère rayonnant vers son centre	Rayon R	R	R
Sphère rayonnant vers sa surface	Diamètre D	2/3 R	2/3 D
Cylindre de hauteur égale au diamètre rayonnant vers le centre de la base	Diamètre D	0,77D	0,71 D
Cylindre infini rayonnant vers sa surface	Diamètre D	D	0,95 D
Cylindre semi-infini rayonnant vers le centre de sa base	Diamètre D	D	0,90 D
Cylindre semi-infini rayonnant vers toute la base	Diamètre D	D	0,65 D
Cylindre de hauteur égale au diamètre rayonnant vers toute la surface	Diamètre D	2/3 D	0,60 D
Lame à faces parallèles	Epaisseur d	2 d	1,80 d
Cube rayonnant vers une face	Côté d	2/3 d	0,60 d
Parallélépipède rectangle l x l x h : Rayonnement vers toutes les faces Rayonnement vers l x l Rayonnement vers l x h	Plus petit côté d	8/9 d	0,81 d 0,71 d 0,82 d
Volume de gaz autour d'un faisceau de tubes et rayonnant sur un seul tube : - Disposition en triangle équilatéral : P = 2 D P = 3 D - Disposition en carré P = 2 D	Diamètre D du tube Pas p entre centres des tubes	3,4 (p - D) 4,45 (p - D) 4,1 (p - D)	3 (p - D) 3,8 (p - D) 3,5 (p - D)

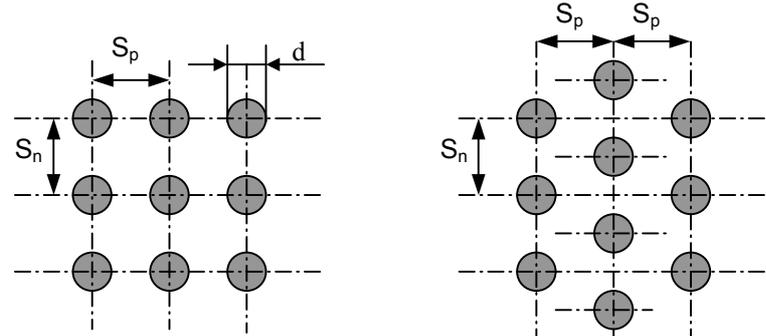
A.4.1 : Corrélations pour le calcul des coefficients de transfert en convection forcée

Caractéristiques du fluide calculée à $\theta_f = \frac{\theta_p + \theta_\infty}{2}$

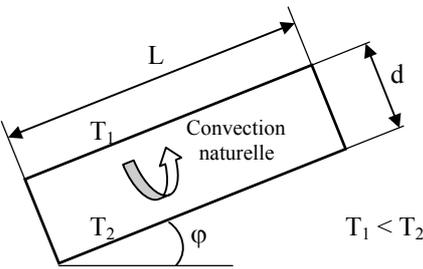
Géométrie	Corrélation																		
<p>Écoulement sur un plan</p>	<p>$Nu(x)$: Nu à la distance x du bord du plan \overline{Nu}_L : Nu moyen sur la longueur L du plan</p> <p><u>Écoulement turbulent</u> :</p> $Nu(x) = 0,0288 Re(x)^{0,8} Pr^{1/3}$ $\overline{Nu}_L = 0,035 Re_L^{0,8} Pr^{1/3}$ <p style="text-align: right;">$Re > 5 \cdot 10^5$ et $Pr \geq 0,5$</p> <p><u>Écoulement laminaire</u> :</p> $Nu(x) = 0,324 Re(x)^{0,5} Pr^{1/3}$ $\overline{Nu}_L = 0,628 Re_L^{0,5} Pr^{1/3}$ <p style="text-align: right;">$Re < 5 \cdot 10^5$ et $10 \geq Pr \geq 0,5$</p>																		
<p>Écoulement dans un tube</p>	<p><u>Écoulement turbulent</u> : $Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^n$</p> <p>$n = 0,3$ si $\theta_{\text{fluide}} > \theta_{\text{paroi}}$ $n = 0,4$ si $\theta_{\text{fluide}} < \theta_{\text{paroi}}$</p> <p style="text-align: right;">$Re > 5000$ et $0,6 < Pr < 100$</p> <p>Re calculé pour $D_H = 4S / P$ où : S = section de passage du fluide P = périmètre de contact fluide/paroi</p> <p><u>Écoulement laminaire</u> : $Nu = 1,86 (Re Pr)^{1/3} \left(\frac{D}{L}\right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_p}\right)^{0,14}$</p> <p>Valable pour $Re Pr \frac{D}{L} \geq 10$, μ_p calculé à θ_p</p>																		
<p>Écoulement perpendiculaire à un cylindre circulaire</p>	<p>$Nu = C Re^n Pr^{1/3}$, vitesse u_∞ calculée en amont du tube</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Re</th> <th>C</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0,4 – 4</td> <td>0,989</td> <td>0,330</td> </tr> <tr> <td>4 – 40</td> <td>0,911</td> <td>0,385</td> </tr> <tr> <td>40 – 4000</td> <td>0,683</td> <td>0,466</td> </tr> <tr> <td>4000 – 40000</td> <td>0,193</td> <td>0,618</td> </tr> <tr> <td>40000 - 250000</td> <td>0,0266</td> <td>0,805</td> </tr> </tbody> </table>	Re	C	n	0,4 – 4	0,989	0,330	4 – 40	0,911	0,385	40 – 4000	0,683	0,466	4000 – 40000	0,193	0,618	40000 - 250000	0,0266	0,805
Re	C	n																	
0,4 – 4	0,989	0,330																	
4 – 40	0,911	0,385																	
40 – 4000	0,683	0,466																	
4000 – 40000	0,193	0,618																	
40000 - 250000	0,0266	0,805																	
<p>Écoulement perpendiculaire à un cylindre non circulaire</p>	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Géométrie</th> <th>Re</th> <th>C</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td></td> <td>$5 \cdot 10^3 - 10^5$</td> <td>0,102</td> <td>0,675</td> </tr> <tr> <td></td> <td>$4 \cdot 10^3 - 1,5 \cdot 10^4$</td> <td>0,228</td> <td>0,731</td> </tr> </tbody> </table>	Géométrie	Re	C	n		$5 \cdot 10^3 - 10^5$	0,102	0,675		$4 \cdot 10^3 - 1,5 \cdot 10^4$	0,228	0,731						
Géométrie	Re	C	n																
	$5 \cdot 10^3 - 10^5$	0,102	0,675																
	$4 \cdot 10^3 - 1,5 \cdot 10^4$	0,228	0,731																

A.4.1 : Corrélations pour le calcul des coefficients de transfert en convection forcée

Caractéristiques du fluide calculée à $\theta_f = \frac{\theta_p + \theta_\infty}{2}$

Géométrie	Corrélation																																	
Ecoulement perpendiculaire à un faisceau de 10 tubes	$Nu = C Re^n Pr^{1/3}$, vitesse u_∞ calculée en amont du tube																																	
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th rowspan="3">$\frac{S_p}{d}$</th> <th colspan="8">$\frac{S_n}{d}$</th> </tr> <tr> <th colspan="2">1,25</th> <th colspan="2">1,5</th> <th colspan="2">2,0</th> <th colspan="2">3,0</th> </tr> <tr> <th>C</th> <th>n</th> <th>C</th> <th>n</th> <th>C</th> <th>n</th> <th>C</th> <th>n</th> </tr> </thead> </table>	$\frac{S_p}{d}$	$\frac{S_n}{d}$								1,25		1,5		2,0		3,0		C	n	C	n	C	n	C	n								
	$\frac{S_p}{d}$		$\frac{S_n}{d}$																															
			1,25		1,5		2,0		3,0																									
		C	n	C	n	C	n	C	n																									
	Disposition en ligne																																	
	1,25	0,386	0,592	0,305	0,608	0,111	0,704	0,070	0,752																									
	1,5	0,407	0,586	0,278	0,620	0,112	0,702	0,075	0,744																									
	2,0	0,464	0,570	0,332	0,602	0,254	0,632	0,220	0,648																									
	3,0	0,322	0,601	0,396	0,584	0,415	0,581	0,317	0,608																									
	Disposition en quinconce																																	
	0,6	-	-	-	-	-	-	0,236	0,636																									
	0,9	-	-	-	-	0,495	0,571	0,445	0,581																									
	1,0	-	-	0,552	0,558	-	-	-	-																									
	1,125	-	-	-	-	0,531	0,565	0,575	0,560																									
1,25	0,575	0,556	0,561	0,554	0,576	0,556	0,579	0,562																										
1,5	0,501	0,568	0,511	0,562	0,502	0,568	0,542	0,568																										
																																		
<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> Disposition en ligne Disposition en quinconce </div>																																		
Ecoulement perpendiculaire à un faisceau de n rangées de tubes (n ≤ 10)	$N = \frac{h_n}{h_{10}}$																																	
	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th>Nombre rangées</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> <th>9</th> <th>10</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>N en ligne</td> <td>0,64</td> <td>0,80</td> <td>0,87</td> <td>0,90</td> <td>0,92</td> <td>0,94</td> <td>0,96</td> <td>0,98</td> <td>0,99</td> <td>1,0</td> </tr> <tr> <td>N en quinconce</td> <td>0,68</td> <td>0,75</td> <td>0,83</td> <td>0,89</td> <td>0,92</td> <td>0,95</td> <td>0,97</td> <td>0,98</td> <td>0,99</td> <td>1,0</td> </tr> </tbody> </table>	Nombre rangées	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	N en ligne	0,64	0,80	0,87	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99	1,0	N en quinconce	0,68	0,75	0,83	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1,0
	Nombre rangées	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																							
	N en ligne	0,64	0,80	0,87	0,90	0,92	0,94	0,96	0,98	0,99	1,0																							
N en quinconce	0,68	0,75	0,83	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1,0																								

A.4.2 : Corrélations pour le calcul des coefficients de transfert en convection naturelle

Corrélations valables pour tous fluides : $Nu = C (Gr Pr)^m$			
Géométrie	Gr Pr	C	m
Plaques et cylindres verticaux	$10^4 - 10^9$ $10^9 - 10^{13}$	0,59 0,021	1/4 2/5
Cylindres horizontaux	$10^{-10} - 10^{-2}$ $10^{-2} - 10^2$ $10^2 - 10^4$ $10^4 - 10^7$ $10^7 - 10^{12}$	0,675 1,02 0,850 0,480 0,125	0,058 0,148 0,188 0,25 0,33
Face supérieure d'une plaque chaude ou face inférieure d'une plaque froide	$2 \cdot 10^4 - 8 \cdot 10^6$ $8 \cdot 10^6 - 10^{11}$	0,54 0,15	0,25 0,33
Face inférieure d'une plaque chaude ou face supérieure d'une plaque froide	$10^5 - 10^{11}$	0,27	0,25
Cellule fermée rectangulaire inclinée 	$Nu = 1 + 1,44 \left(1 - \frac{1708}{Gr Pr \cos \varphi} \right) \left[1 - \frac{1708 (\sin(1,8 \varphi)^{1,6})}{Gr Pr \cos \varphi} \right] +$ $\left[\left(\frac{Gr Pr \cos \varphi}{5830} \right)^{1/3} - 1 \right] \quad \text{si } 0 < \varphi < \varphi^*$ $Nu = (\sin \varphi)^{1/4} Nu(90^\circ) \quad \text{si } \varphi^* < \varphi < 90^\circ$ $Nu = 1 + [Nu(90^\circ) - 1] \sin \varphi \quad \text{si } 90^\circ < \varphi < 180^\circ$ <p style="text-align: center;">Avec $\varphi^* = \tan^{-1}(4800 Pr)$</p>		
Relations simplifiées pour de l'air à pression atmosphérique			
Géométrie	Laminaire $10^4 < Gr Pr < 10^9$	Turbulent $Gr Pr > 10^9$	
Plaque ou cylindre vertical	$h = 1,42 \left(\frac{\Delta\theta}{L} \right)^{1/4}$	$h = 1,31 (\Delta\theta)^{1/3}$	
Cylindre horizontal	$h = 1,32 \left(\frac{\Delta\theta}{D} \right)^{1/4}$	$h = 1,24 (\Delta\theta)^{1/3}$	
Face supérieure d'une plaque horizontale chaude ou face inférieure d'une plaque froide	$h = 1,32 \left(\frac{\Delta\theta}{L} \right)^{1/4}$	$h = 1,52 (\Delta\theta)^{1/3}$	
Face inférieure d'une plaque chaude ou face supérieure d'une plaque froide	$h = 0,59 \left(\frac{\Delta\theta}{L} \right)^{1/4}$	$h = 0,59 \left(\frac{\Delta\theta}{L} \right)^{1/4}$	

A.5.1 : Abaqués NUT = f(η) pour les échangeurs

